

*Zur Theorie des Gesetzes  
der Energieverteilung im Normalspectrum;  
von M. Planck.*

(Vorgetragen in der Sitzung vom 14. December 1900.)

(Vgl. oben S. 235.)

## 7. Quantenphysik

### 7.1 Das Plancksche Strahlungsgesetz

#### 7.2 Max Planck

#### 7.3 Einstein: Lichtquanten u. spezifische Wärme

#### 7.4 Das Bohrsche Atommodell

#### 7.5 Niels Bohr

#### 7.6 Materiewellen und die Wellenmechanik

#### 7.7 Welleneigenschaften von Elektronen

#### 7.8 Erwin Schrödinger

#### 7.9 Welle-Teilchen Dualismus

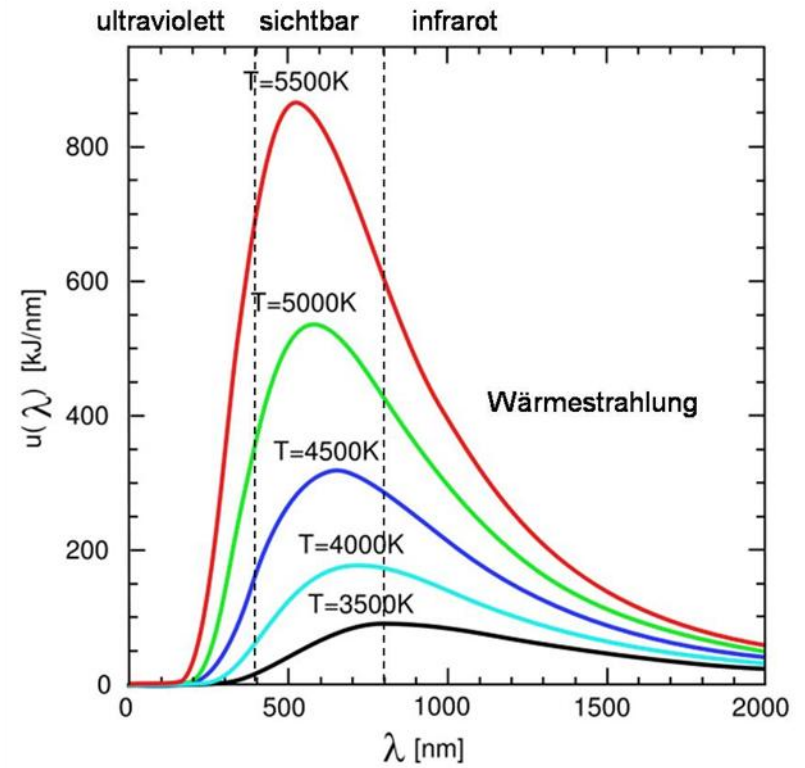
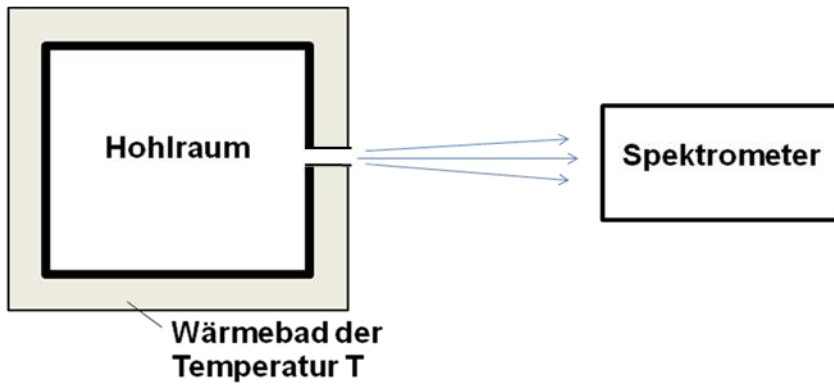
M. H.! Als ich vor mehreren Wochen die Ehre hatte, Ihre Aufmerksamkeit auf eine neue Formel zu lenken, welche mir geeignet schien, das Gesetz der Verteilung der strahlenden Energie auf alle Gebiete des Normalspectrums auszudrücken<sup>1)</sup>, gründete sich meine Ansicht von der Brauchbarkeit der Formel, wie ich schon damals ausführte, nicht allein auf die anscheinend gute Uebereinstimmung der wenigen Zahlen, die ich Ihnen damals mitteilen konnte, mit den bisherigen Messungsergebnissen<sup>2)</sup>, sondern hauptsächlich auf den einfachen Bau der Formel und insbesondere darauf, dass dieselbe für die Abhängigkeit der Entropie eines bestrahlten monochromatisch schwingenden Resonators von seiner Schwingungsenergie einen sehr einfachen logarithmischen Ausdruck ergibt, welcher die Möglichkeit einer allgemeinen Deutung jedenfalls eher zu versprechen schien, als jede andere bisher in Vorschlag gebrachte Formel, abgesehen von der WIEN'schen, die aber durch die Thatsachen nicht bestätigt wird.

Entropie bedingt Unordnung, und diese Unordnung glaubte ich erblicken zu müssen in der Unregelmässigkeit, mit der auch im vollkommen stationären Strahlungsfelde die Schwingungen des Resonators ihre Amplitude und ihre Phase wechseln, sofern man Zeitepochen betrachtet, die gross sind gegen die Zeit einer Schwingung, aber klein gegen die Zeit einer Messung. Die constante Energie des stationär schwingenden Resonators

<sup>1)</sup> M. PLANCK, Verhandl. der Deutschen Physikal. Gesellsch. 2. p. 202. 1900.

<sup>2)</sup> Inzwischen haben die Herren H. RUBENS und F. KURLBAUM (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom 25. October 1900, p. 929) für sehr lange Wellen eine directe Bestätigung gegeben.

# Hohlraumstrahlung



## Der Weg zur Planckschen Strahlungsformel

1859 Kirchhoff: Hohlraumstrahlung hängt nur von der Temperatur ab.

1884 Stefan u. Boltzmann: Strahlungsleistung  $S \sim T^4$

1893 Wien: Verschiebungsgesetz  $\lambda_{\max} \cdot T = \text{const.}$  oder  $\nu_{\max} \sim T$

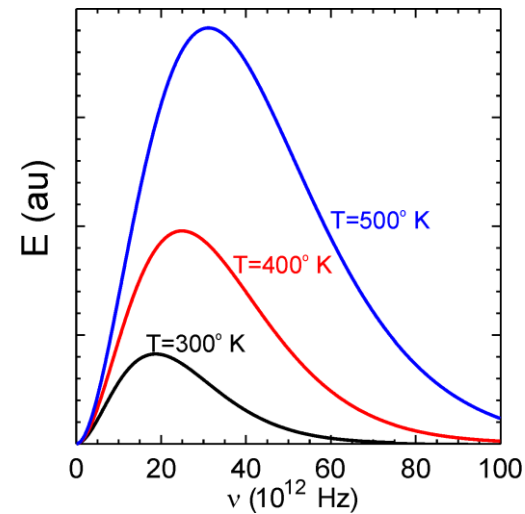
Juni 1900 Rayleigh-Jeans :  $u_\nu \sim \nu^2 \cdot T$  für kleine Frequenzen  $\nu$

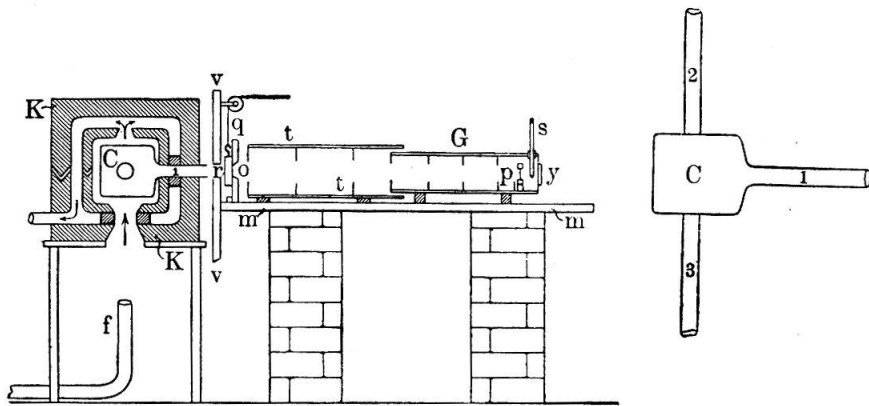
1896 Wien:  $u_\nu \sim \nu^3 \cdot \exp(-\beta \cdot \nu/T)$  für große Frequenzen  $\nu$

1900 Experimente von Lummer und Pringsheim

Okt. 1900 Plancksche Interpolation:  $u_\nu \sim \nu^3 / (\exp(\beta \cdot \nu/T) - 1)$

Dez. 1900 Plancksche Ableitung:  $u_\nu = (8\pi\nu^2/c^3) h\nu / (\exp(h\nu/kT) - 1)$





Lummers Apparatur zur Messung der Strahlungs-Leistung eines Schwarzen Körpers.

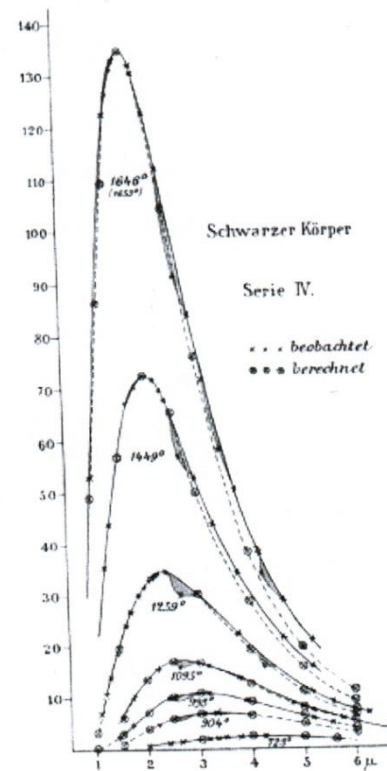


Fig. 3.3.2 Power spectra of the “electrically glowing completely black body”. The ordinate is in arbitrary values. (Lummer 1899, 217)

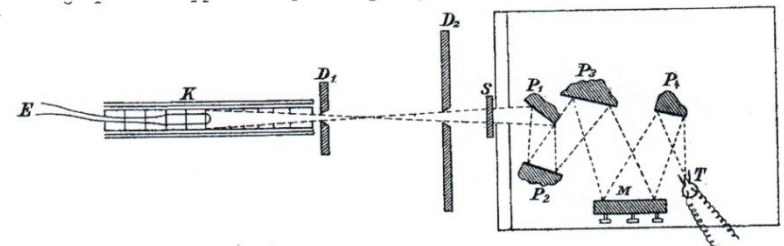


Fig.3.3.3 Principle of the residual ray method. "T" indicates the position of a thermopile to measure the power density. (Rubens 1901, 655)

# Max Plancks Ableitung

**Erste Stufe:** Eine Interpolation zwischen dem Rayleigh-Jeansschen und dem Wienschen Gesetz, um die Daten zu fitten

**Zweite Stufe:** Ableitung der Interpolationsformel

Ausgangspunkt: Boltzmann  $S = k \cdot \ln W$

Annahme über das System: Wände des Hohlraums bestehen aus Oszillatoren, die Strahlung mit der Frequenzen  $\nu$  absorbieren und emittieren.

Die Energieanregungen der Oszillatoren sind „gequantelt“:

$$h \cdot \nu, 2 \cdot h \cdot \nu, 3 \cdot h \cdot \nu \dots$$

mit dem Wirkungsquantum  $h = 6.5 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}$ .

*Zur Theorie des Gesetzes  
der Energieverteilung im Normalspectrum;  
von M. Planck.*

(Vorgetragen in der Sitzung vom 14. December 1900.)  
(Vgl. oben S. 235.)

## 7. Quantenphysik

- 7.1 Das Plancksche Strahlungsgesetz
- 7.2 **Max Planck**
- 7.3 Einstein: Lichtquanten und spezifische Wärme
- 7.4 Das Bohrsche Atommodell
- 7.5 Niels Bohr
- 7.6 Materiewellen und die Wellenmechanik
- 7.7 Welleneigenschaften von Elektronen
- 7.8 Erwin Schrödinger
- 7.9 Welle-Teilchen Dualismus

M. H.! Als ich vor mehreren Wochen die Ehre hatte, Ihre Aufmerksamkeit auf eine neue Formel zu lenken, welche mir geeignet schien, das Gesetz der Verteilung der strahlenden Energie auf alle Gebiete des Normalspectrums auszudrücken<sup>1)</sup>, gründete sich meine Ansicht von der Brauchbarkeit der Formel, wie ich schon damals ausführte, nicht allein auf die anscheinend gute Uebereinstimmung der wenigen Zahlen, die ich Ihnen damals mitteilen konnte, mit den bisherigen Messungsergebnissen<sup>2)</sup>, sondern hauptsächlich auf den einfachen Bau der Formel und insbesondere darauf, dass dieselbe für die Abhängigkeit der Entropie eines bestrahlten monochromatisch schwingenden Resonators von seiner Schwingungsenergie einen sehr einfachen logarithmischen Ausdruck ergibt, welcher die Möglichkeit einer allgemeinen Deutung jedenfalls eher zu versprechen schien, als jede andere bisher in Vorschlag gebrachte Formel, abgesehen von der WIEN'schen, die aber durch die Thatsachen nicht bestätigt wird.

Entropie bedingt Unordnung, und diese Unordnung glaubte ich erblicken zu müssen in der Unregelmässigkeit, mit der auch im vollkommen stationären Strahlungsfelde die Schwingungen des Resonators ihre Amplitude und ihre Phase wechseln, sofern man Zeitepochen betrachtet, die gross sind gegen die Zeit einer Schwingung, aber klein gegen die Zeit einer Messung. Die constante Energie des stationär schwingenden Resonators

<sup>1)</sup> M. PLANCK, Verhandl. der Deutschen Physikal. Gesellsch. 2. p. 202. 1900.

<sup>2)</sup> Inzwischen haben die Herren H. RUBENS und F. KURLBAUM (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom 25. October 1900, p. 929) für sehr lange Wellen eine directe Bestätigung gegeben.

## Max Planck – Schulzeit und Studium



Max Planck als Schüler (1874)

- 1858 Geboren in Kiel
- 1867 Umzug nach München, besuch des Maximiliansgymnasium
- 1872 Bemerkung aus seinem Zeugnis:  
*"Mit Recht der Liebling seiner Lehrer und seiner Mitschüler und bei aller Kindlichkeit ein sehr klarer, logischer Kopf. Verspricht etwas Rechtes."*
- 1874 Glänzendes Abitur mit 16 Jahren.

Studienbeginn in München in den Fächern Mathematik und Physik. Auf die Frage nach den Aussichten in theoretischer Physik antwortet ihm sein Lehrer von Jolly:

*"Theoretische Physik, das ist ja ein ganz schönes Fach... aber grundsätzlich Neues werden Sie darin kaum mehr leisten können."*

Planck blieb seinen Fächern aus folgendem Grunde treu:

*"Was mich in der Physik von jeher vor allem interessierte, waren die großen allgemeinen Gesetze, die für sämtliche Naturvorgänge Bedeutung besitzen."*

Wechsel nach Berlin zu Kirchhoff und Helmholtz.

- 1879 Rückkehr nach München und Promotion mit 21 Jahren (summa cum laude). Titel seiner Doktorarbeit: „Über den 2. Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie“



Student in Berlin (1878)

## Max Planck - akademische Karriere



- 1880 Habilitation, Privatdozent an der Universität München
- 1885 Außerordentlicher Professor in Kiel
- 1889 Nachfolger von Kirchhoff in Berlin, zunächst als Extradinarium
- 1892 Ordinarius für Theoretische Physik, die viele Physiker „*eigentlich für völlig überflüssig hielten.*“
- 1900 Plancksches Strahlungsgesetz: Beginn der Quantenphysik  
Hierzu schrieb Planck: „*Kurz zusammengefasst kann ich die ganze Tat als einen Akt der Verzweiflung bezeichnen. Denn von Natur aus bin ich friedlich und bedenklichen Abenteuern abgeneigt.*“
- 1919 Nobelpreis für Physik (für das Jahr 1918)
- 1926 Emeritierung

Planck hatte die große Tradition der Theoretischen Physik in Berlin fortgeführt und nach dem Tod von Helmholtz die Entwicklung der Physik insgesamt geprägt





Hauptgebäude der Berliner Universität (um 1900),  
an der Max Planck von 1889 bis 1927 lehrte.

In diesem riesigen Gebäude bestand sein Institut  
allerdings nur aus einer Bibliothek und einem Leseraum.



Max Planck als Professor  
in Berlin (1901)

## Max Planck – Familie und Freizeit



Max Planck mit seinem Sohn  
Erwin in den Alpen

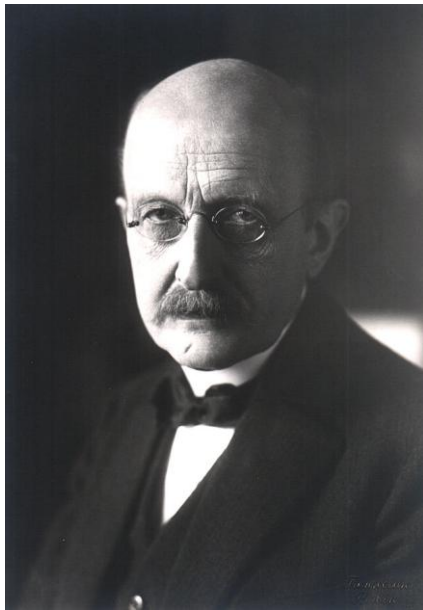
- 1887 heiratete Planck seine langjährige Freundin Marie Merck (1861 – 1909)  
Kinderaus dieser Ehe:
- 1888 Karl, gefallen 1916 bei Verdun
- 1889 Zwillingtöchter Emma und Grete, beide starben kurz nach der Geburt ihres ersten Kindes, Grete 1917 und Emma 1919
- 1893 Erwin, 1945 von den Nazi ermordet wegen angeblicher Beteiligung am Attentat gegen Hitler
  
- 1911 heiratete Planck eine Nichte seiner verstorbenen Frau, Margarete von Hoeßlin (1882 – 1949); im selben Jahr wurde ihr Sohn Hermann geboren, der 1954 starb.

Planck war ein Familienmensch; er liebte die Musik und die Berge:

In seiner Berliner Wohnung gab er häufig Kammermusikabende und spielte auch mit berühmten Geigern zusammen. Wenn Albert Einstein ihn besuchte, hatte er meist seinen Geigenkasten unter dem Arm. Bei den Klaviertrios übernahm Plancks Sohn Erwin den Cellopart.

Lise Meitner berichtete über Einladungen bei Planck:

*"Planck liebt heitere, ungezwungene Geselligkeit, und sein Heim war der Mittelpunkt einer solchen Geselligkeit... Fielen die Einladungen in das Sommersemester, so wurden anschließend im Garten Laufspiele gespielt, an denen sich Planck mit geradezu kindlichem Eifer und größter Behändigkeit beteiligte. Es gelang fast nie, nicht von ihm eingefangen zu werden. Und wie sichtlich vergnügt er war, wenn er einen erwischt hatte."*



Max Planck etwa 1930

*M. Planck*



Max Planck und Albert Einstein mit den  
ersten Max Planck Medaillen im Jahre 1929

## Max Planck – Repräsentant der Wissenschaft

- 1889 trat Planck in die Deutsche Physikalische Gesellschaft zu Berlin (PGzB) ein, die 1899 in die **Deutsche Physikalische Gesellschaft** (DPG) umgewandelt wurde.  
Mehrfach Präsident der DPG  
Mitherausgeber der Zeitschrift „Annalen der Physik“
- 1927 Ehrenmitglied der DPG
- 1929 Die Max Planck Medaille wird von der DPG gestiftet, sie ist die höchste Auszeichnung der Gesellschaft  
Erste Preisträger: Max Planck und Albert Einstein
  
- 1894 ordentliches Mitglied der **Königlich preußischen Akademie der Wissenschaften**
- 1912 Wahl zum „Beständigen Sekretär“ der Akademie (bis 1938)
  
- 1916 Senator der **Kaiser Wilhelm Gesellschaft (KWG)** zur Förderung der Wissenschaft
- 1930 Präsident der Kaiser Wilhelm Gesellschaft (bis 1937)
- 1946 Planck wird noch einmal für kurze Zeit Präsident der KWG, die kurze Zeit später in Max-Planck-Gesellschaft umbenannt wird.

## Max Planck – Nazi-Diktatur und Nachkriegszeit



Brief an Lise Meitner vom 28.5.46

Liebes Fräulein Meitner!  
Wir, meine Frau und ich, wären Ihnen sehr dankbar, wenn Sie es ermöglichen könnten, uns ein Lebensmittelpaket zukommen zu lassen.

Prof. Dr. Max Planck

- 1933 Planck stand der Machtergreifung durch Hitler weitgehend ratlos gegenüber.  
Die nationalsozialistische Entlassungspolitik wurde von ihm ohne öffentlichen Protest hingenommen.
- 1934 Gedenkfeier für den verstorbenen jüdischen Chemiker Fritz Haber, an der den Beamten die Teilnahme verboten war.  
Planck: "*Diese Feier werde ich machen, außer man holt mich mit der Polizei heraus.*",
- 1938 Ablehnung der Kandidatur für das Präsidentenamt der „neuen“, gleichgeschalteten Akademie.
- 1943 Wegen des Luftkrieges Evakuierung nach Rogätz bei Magdeburg
- 1944 Bei einer Bombardierung brennt sein Haus in Berlin völlig aus, wobei auch seine wissenschaftlichen Aufzeichnungen und Tagebücher verlorengehen.
- 1945 Amerikanische Offiziere bringen ihn nach Göttingen.
- 1946 Teilnahme an einer Gedenkveranstaltung der Royal Society zum 300. Geburtstag Newtons in London  
Kurzzeitige Übernahme der Präsidentschaft der KWG.



*Zur Theorie des Gesetzes  
der Energieverteilung im Normalspectrum;  
von M. Planck.*

(Vorgetragen in der Sitzung vom 14. December 1900.)

(Vgl. oben S. 235.)

## 7. Quantenphysik

- 7.1 Das Plancksche Strahlungsgesetz
- 7.2 Max Planck
- 7.3 Einstein: Lichtquanten und spezifische Wärme
- 7.4 Das Bohrsche Atommodell
- 7.5 Niels Bohr
- 7.6 Materiewellen und die Wellenmechanik
- 7.7 Welleneigenschaften von Elektronen
- 7.8 Erwin Schrödinger
- 7.9 Welle-Teilchen Dualismus

M. H.! Als ich vor mehreren Wochen die Ehre hatte, Ihre Aufmerksamkeit auf eine neue Formel zu lenken, welche mir geeignet schien, das Gesetz der Verteilung der strahlenden Energie auf alle Gebiete des Normalspectrums auszudrücken<sup>1)</sup>, gründete sich meine Ansicht von der Brauchbarkeit der Formel, wie ich schon damals ausführte, nicht allein auf die anscheinend gute Uebereinstimmung der wenigen Zahlen, die ich Ihnen damals mitteilen konnte, mit den bisherigen Messungsergebnissen<sup>2)</sup>, sondern hauptsächlich auf den einfachen Bau der Formel und insbesondere darauf, dass dieselbe für die Abhängigkeit der Entropie eines bestrahlten monochromatisch schwingenden Resonators von seiner Schwingungsenergie einen sehr einfachen logarithmischen Ausdruck ergibt, welcher die Möglichkeit einer allgemeinen Deutung jedenfalls eher zu versprechen schien, als jede andere bisher in Vorschlag gebrachte Formel, abgesehen von der WIEN'schen, die aber durch die Thatsachen nicht bestätigt wird.

Entropie bedingt Unordnung, und diese Unordnung glaubte ich erblicken zu müssen in der Unregelmässigkeit, mit der auch im vollkommen stationären Strahlungsfelde die Schwingungen des Resonators ihre Amplitude und ihre Phase wechseln, sofern man Zeitepochen betrachtet, die gross sind gegen die Zeit einer Schwingung, aber klein gegen die Zeit einer Messung. Die constante Energie des stationär schwingenden Resonators

<sup>1)</sup> M. PLANCK, Verhandl. der Deutschen Physikal. Gesellsch. 2. p. 202. 1900.

<sup>2)</sup> Inzwischen haben die Herren H. RUBENS und F. KURLBAUM (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom 25. October 1900, p. 929) für sehr lange Wellen eine directe Bestätigung gegeben.

## Einsteins Reinterpretation der Planckschen Strahlungsformel (1905):

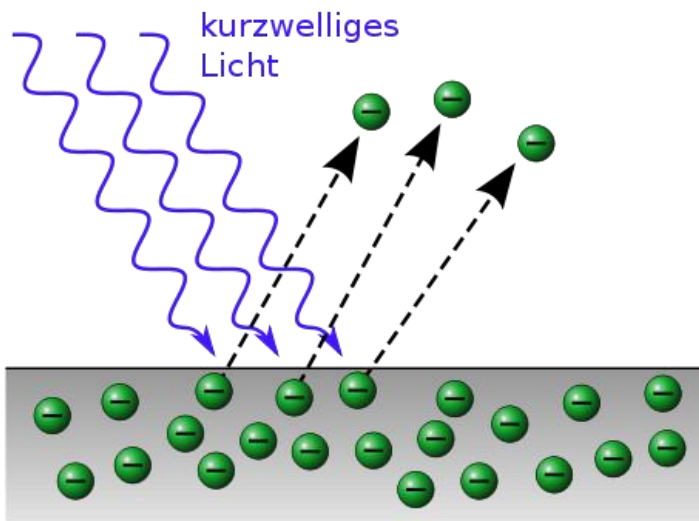
Einstein beobachtete:

Planck berechnete die Entropie eines Systems aus Oszillatoren mit den Energien  $e_n = n \cdot h \cdot \nu$ . Man bekommt denselben Ausdruck für die Entropie, wenn man anstelle der Oszillatoren ein ideales Gas aus Teilchen („Lichtquanten“ oder „Photonen“) betrachtet mit der Energie  $e = h \cdot \nu$

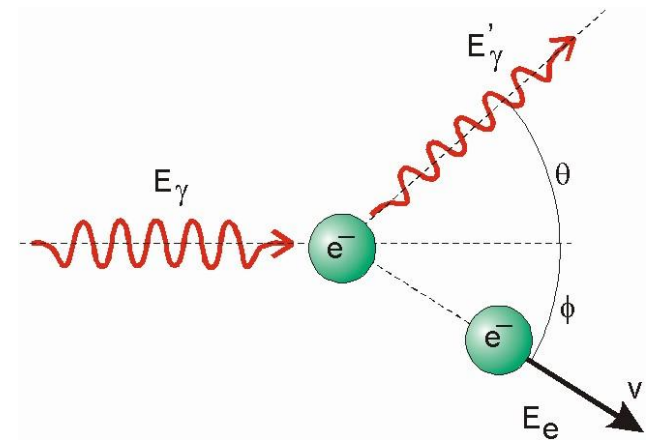
Haben diese von Einstein auf mathematischem Wege entdeckten Photonen eine physikalische Realität? Experimente: Photoeffekt, Compton Effekt.

Nobelpreis 1921 für diese Entdeckung

# Experimente zur Bestätigung der Lichtquantenhypothese

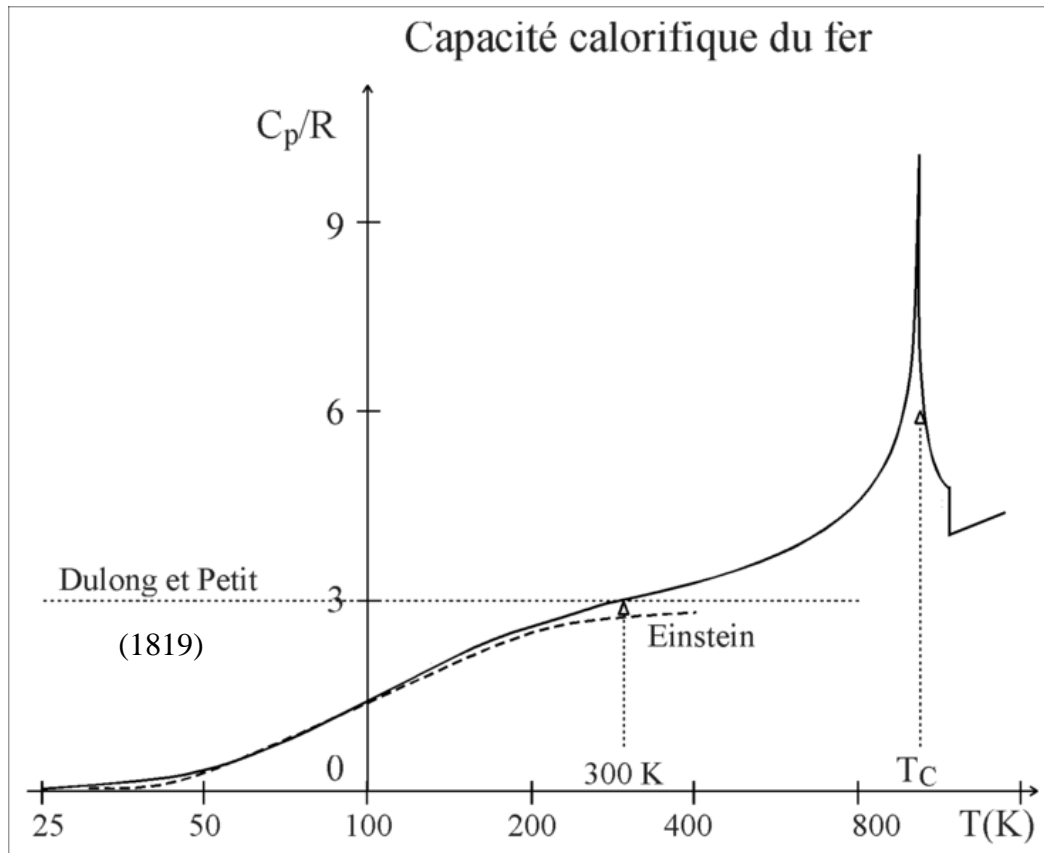


Photoeffekt  
1900 Lenard, 1915 Millikan



Comptoneffekt  
1922 Compton

# Einstein: "Die Plancksche Theorie der Strahlung und die Theorie der spezifischen Wärme" (1907)



Einsteins Modell: Festkörper bestehen aus Oszillatoren mit einer endlichen charakteristischen Anregungsenergie  $\epsilon$

$$C_V = 3Nk \left( \frac{\epsilon}{kT} \right)^2 \frac{e^{\epsilon/kT}}{(e^{\epsilon/kT} - 1)^2}$$

Verallgemeinerung durch Debye.



*Zur Theorie des Gesetzes  
der Energieverteilung im Normalspectrum;  
von M. Planck.*

(Vorgetragen in der Sitzung vom 14. December 1900.)

(Vgl. oben S. 235.)

## 7. Quantenphysik

- 7.1 Das Plancksche Strahlungsgesetz
- 7.2 Max Planck
- 7.3 Einstein: Lichtquanten und spezifische Wärme
- 7.4 **Das Bohrsche Atommodell**
- 7.5 Niels Bohr
- 7.6 Materiewellen und die Wellenmechanik
- 7.7 Welleneigenschaften von Elektronen
- 7.8 Erwin Schrödinger
- 7.9 Welle-Teilchen Dualismus

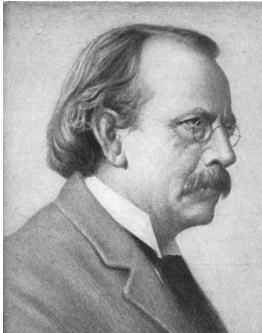
M. H.! Als ich vor mehreren Wochen die Ehre hatte, Ihre Aufmerksamkeit auf eine neue Formel zu lenken, welche mir geeignet schien, das Gesetz der Verteilung der strahlenden Energie auf alle Gebiete des Normalspectrums auszudrücken<sup>1)</sup>, gründete sich meine Ansicht von der Brauchbarkeit der Formel, wie ich schon damals ausführte, nicht allein auf die anscheinend gute Uebereinstimmung der wenigen Zahlen, die ich Ihnen damals mitteilen konnte, mit den bisherigen Messungsergebnissen<sup>2)</sup>, sondern hauptsächlich auf den einfachen Bau der Formel und insbesondere darauf, dass dieselbe für die Abhängigkeit der Entropie eines bestrahlten monochromatisch schwingenden Resonators von seiner Schwingungsenergie einen sehr einfachen logarithmischen Ausdruck ergibt, welcher die Möglichkeit einer allgemeinen Deutung jedenfalls eher zu versprechen schien, als jede andere bisher in Vorschlag gebrachte Formel, abgesehen von der WIEN'schen, die aber durch die Thatsachen nicht bestätigt wird.

Entropie bedingt Unordnung, und diese Unordnung glaubte ich erblicken zu müssen in der Unregelmässigkeit, mit der auch im vollkommen stationären Strahlungsfelde die Schwingungen des Resonators ihre Amplitude und ihre Phase wechseln, sofern man Zeitepochen betrachtet, die gross sind gegen die Zeit einer Schwingung, aber klein gegen die Zeit einer Messung. Die constante Energie des stationär schwingenden Resonators

<sup>1)</sup> M. PLANCK, Verhandl. der Deutschen Physikal. Gesellsch. 2. p. 202. 1900.

<sup>2)</sup> Inzwischen haben die Herren H. RUBENS und F. KURLBAUM (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom 25. October 1900, p. 929) für sehr lange Wellen eine directe Bestätigung gegeben.

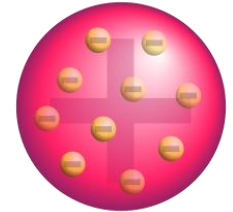
# Vorstellungen über den Aufbau von Atomen nach 1900



(1856 – 1940)

## **Rosinenkuchen-Modell** von J.J. Thomson (1903):

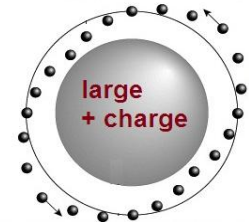
Das Atom besteht aus einer gleichmäßig verteilten positiven Ladung und negativ geladenen Elektronen, die sich darin bewegen.



(1865 – 1950)

## **Saturnmodell** von Hantaro Nagaoka (1904):

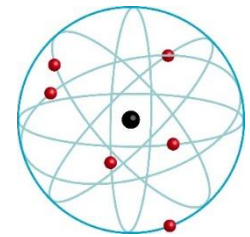
Das Atom besteht aus einer positiv geladenen Kugel und aus negativ geladenen Elektronen, die um eine kreisförmige Bahn oszillieren. In Analogie zur Stabilität der Ringe des Saturns postuliert das Modell einen großen massereichen Kern.



(1871 – 1937)

## **Planetenmodell** von Rutherford (1911):

Das Atom besteht aus einem sehr kleinen, positiv geladenen Kern, der nahezu die gesamte Masse des Atoms beinhaltet, und einer Hülle aus Elektronen.

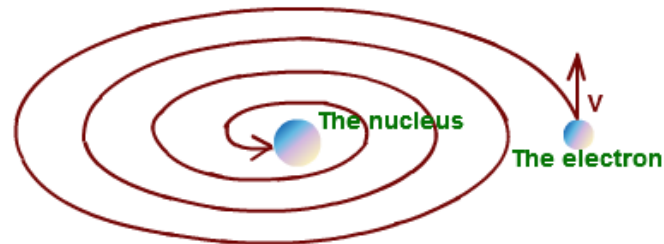


# Probleme bei der klassischen Behandlung von Atomen

Wenn ein Elektron auf einer Kreisbahn um den Kern läuft, so muss gelten:

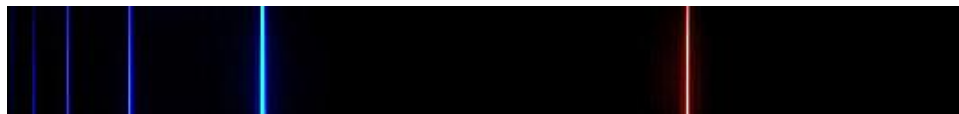
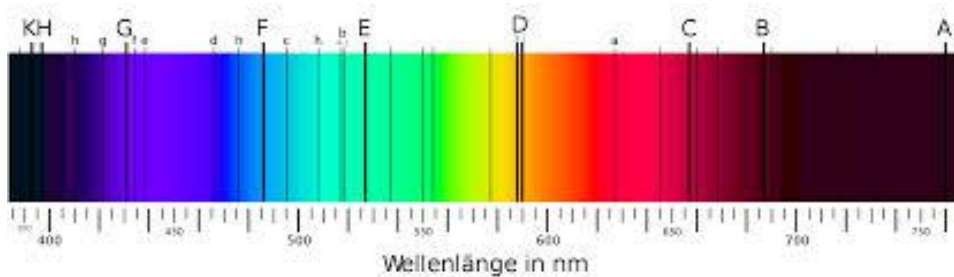
$$m v^2/r = k e^2/r^2 \rightarrow v^2 \sim 1/r$$

Das Elektron kann klassisch auf jeder Bahn mit Radius  $r$  umlaufen, wenn die obige Beziehung erfüllt ist.



In the planetary model of atom, the electron should emit energy and spirally fall on the nucleus.

# Die Spektrallinien des Wasserstoffs



$H_\delta$   $H_\gamma$

$H_\beta$

$H_\alpha$

Oben: Sonnenspektrum mit Fraunhoferlinien

Unten: Emissionsspektrum des Wasserstoffs

Balmerformel:

$$\lambda = A \left( \frac{n^2}{n^2 - 4} \right) = A \left( \frac{n^2}{n^2 - 2^2} \right) \cdot \quad \begin{array}{l} A = 364,5 \text{ nm} \\ n = 3, 4, 5, \dots \end{array}$$

Oder für die Frequenz:

$$f_n = R \left( 1/2^2 - 1/n^2 \right) \quad R = 3,3 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

Verallgemeinerung durch Rydberg:

$$f_n = R \left( 1/m^2 - 1/n^2 \right) \quad m = 1, 2, \dots (n > m)$$

1866	Wellenlängenmessungen durch Angström	Anders Jonas Angström	(1814 – 1874)
1885	Balmerformel	Johann Jakob Balmer	(1825 – 1898)
1888	Verallgemeinerung durch Rydberg	Johannes Rydberg	(1854 – 1919)
1906	Entdeckung der Lyman-Serie	Theodore Lyman	(1874 – 1924)
1908	Entdeckung der Paschen-Serie	Friedrich Paschen	(1865 – 1947)
1922	Entdeckung der Brakett-Serie	Frederick Sumner Brackett	(1906 – 1988)
1924	Entdeckung der Pfund-Serie	August Herman Pfund	(1879 – 1949)

## Bohr geht von dem Rutherford'schen Atommodell aus und postuliert für die Elektronenbahnen:

1. In Atomen sind nur gewisse Elektronenbahnen strahlungsfrei. Für diese gilt, dass der zugehörige Drehimpuls  $L$  ein ganzzahliges Vielfaches des Planckschen Wirkungsquantums dividiert durch  $2 \cdot \pi$  ist:

$$L = k h / (2\pi),$$

wobei  $k = 1, 2, \dots$  die zur jeweiligen Bahn gehörende Quantenzahl ist.

2. Bei einem Übergang von einer Bahn mit höherer Energie  $E_m$  zu einer mit niedrigerer Energie  $E_n$  wird die Energiedifferenz  $E_m - E_n$  durch Emission eines Photons mit einer Frequenz

$$\nu = (E_m - E_n) / h$$

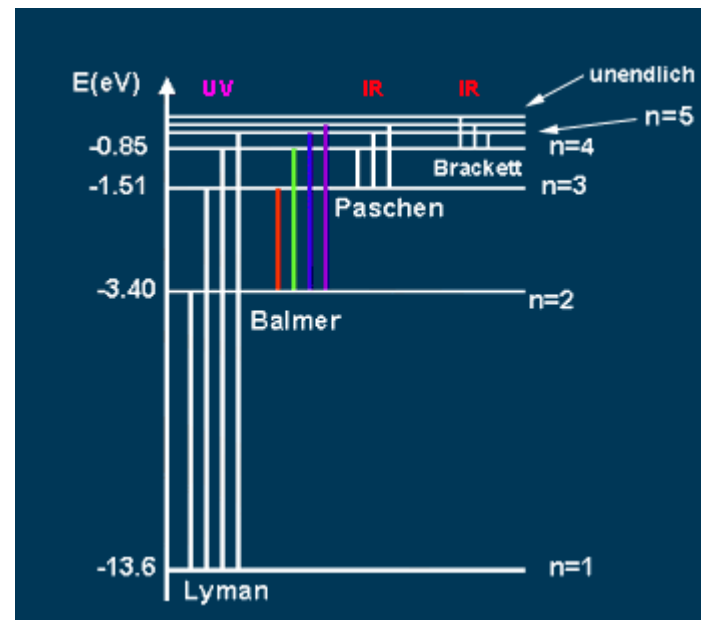
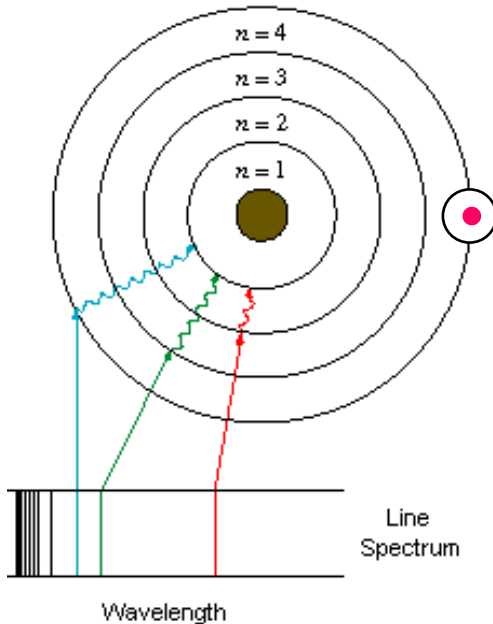
abgegeben. Beim umgekehrten Vorgang wird ein Photon mit der Energie  $h\nu = E_m - E_n$  absorbiert.

Roman Sexl spricht von einer "*juristischen Lösung*" der Probleme des Rutherford'schen Atommodells

# Linienpektrum im Bohrschen Atommodell

$$E_n = -\frac{e^4 m_e Z^2}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 n^2} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z^2}{2a_0 \cdot n^2}$$

Für Wasserstoff ( $Z = 1$ ) folgt:  $E_n = -13,6 \text{ eV } 1/n^2$ ,  $n = 1, 2, \dots$



Das Bohrsche Atommodell war nur ein Zwischenschritt: Die berechneten Energien waren für Wasserstoff zwar korrekt, aber die Vorstellung von Elektronenbahnen war zu einfach und nicht leicht auf andere Situationen zu verallgemeinern.

*Zur Theorie des Gesetzes  
der Energieverteilung im Normalspectrum;  
von M. Planck.*

(Vorgetragen in der Sitzung vom 14. December 1900.)

(Vgl. oben S. 235.)

## 7. Quantenphysik

- 7.1 Das Plancksche Strahlungsgesetz
- 7.2 Max Planck
- 7.3 Einstein: Lichtquanten und spezifische Wärme
- 7.4 Das Bohrsche Atommodell
- 7.5 Niels Bohr
- 7.6 Materiewellen und die Wellenmechanik
- 7.7 Welleneigenschaften von Elektronen
- 7.8 Erwin Schrödinger
- 7.9 Welle-Teilchen Dualismus

M. H.! Als ich vor mehreren Wochen die Ehre hatte, Ihre Aufmerksamkeit auf eine neue Formel zu lenken, welche mir geeignet schien, das Gesetz der Verteilung der strahlenden Energie auf alle Gebiete des Normalspectrums auszudrücken<sup>1)</sup>, gründete sich meine Ansicht von der Brauchbarkeit der Formel, wie ich schon damals ausführte, nicht allein auf die anscheinend gute Uebereinstimmung der wenigen Zahlen, die ich Ihnen damals mitteilen konnte, mit den bisherigen Messungsergebnissen<sup>2)</sup>, sondern hauptsächlich auf den einfachen Bau der Formel und insbesondere darauf, dass dieselbe für die Abhängigkeit der Entropie eines bestrahlten monochromatisch schwingenden Resonators von seiner Schwingungsenergie einen sehr einfachen logarithmischen Ausdruck ergibt, welcher die Möglichkeit einer allgemeinen Deutung jedenfalls eher zu versprechen schien, als jede andere bisher in Vorschlag gebrachte Formel, abgesehen von der WIEN'schen, die aber durch die Thatsachen nicht bestätigt wird.

Entropie bedingt Unordnung, und diese Unordnung glaubte ich erblicken zu müssen in der Unregelmässigkeit, mit der auch im vollkommen stationären Strahlungsfelde die Schwingungen des Resonators ihre Amplitude und ihre Phase wechseln, sofern man Zeitepochen betrachtet, die gross sind gegen die Zeit einer Schwingung, aber klein gegen die Zeit einer Messung. Die constante Energie des stationär schwingenden Resonators

<sup>1)</sup> M. PLANCK, Verhandl. der Deutschen Physikal. Gesellsch. 2. p. 202. 1900.

<sup>2)</sup> Inzwischen haben die Herren H. RUBENS und F. KURLBAUM (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom 25. October 1900, p. 929) für sehr lange Wellen eine directe Bestätigung gegeben.



## Niels Bohr (1885 – 1962)

*"Bohr war der intelligenteste  
Bursche, den ich je getroffen habe.,,*

Ernest Rutherford

*"Bohr ist der tiefste Denker, der mir  
je begegnet ist."*

Paul Dirac



Contraria sunt Complementa  
Gegensätze sind Ergänzungen

- 1885 Geboren in Kopenhagen
- 1903 Studienbeginn in Kopenhagen
- 1907 Erster Preis bei einem Wettbewerb der Dänischen Akademie
- 1911 Promotion mit einer Arbeit zur Theorie der Metallelektronen, anschließend Wechsel zu J.J. Thomson ans Cavendish Lab nach Cambridge
- 1912 Postdoc bei Ernest Rutherford in Manchester
- 1913 Bohrsches Atommodell
- 1916 Professur für theoretische Physik in Kopenhagen, die erste in Dänemark
- 1921 Direktor eines eigenen Instituts für theoretische Physik
- 1922 Nobelpreis für Physik
- 1930 Beginn seiner Arbeiten zur Kernphysik (u.a. Tröpfchenmodell)
- 1943 Flucht vor den Nationalsozialisten über Schweden in die USA  
Mitarbeit am Manhattan-Project
- 1944 Treffen mit Churchill und später mit Roosevelt mit dem Ziel, ein zukünftiges nukleares Wettrüsten zu vermeiden.
- 1945 Rückkehr nach Kopenhagen
- 1947 Auszeichnung mi dem Elefantenorden
- 1952 Mitarbeit bei der Gründung von CERN, dessen Theorieabteilung sich zunächst in Kopenhagen befand (bis 1957)
- 1962 Tod in Kopenhagen



# Zwei Wege zur endgültigen Quantenmechanik und deren Äquivalenz

1. Werner Heisenberg: Matrizenmechanik (1925)
2. Erwin Schrödinger: Wellenmechanik (1926)
3. Paul Adrien Dirac: Transformationstheorie (1926)



Dirac, Heisenberg und Schrödinger,  
die Begründer der Quantenmechanik

*Zur Theorie des Gesetzes  
der Energieverteilung im Normalspectrum;  
von M. Planck.*

(Vorgetragen in der Sitzung vom 14. December 1900.)

(Vgl. oben S. 235.)

## 7. Quantenphysik

- 7.1 Das Plancksche Strahlungsgesetz
- 7.2 Max Planck
- 7.3 Einstein: Lichtquanten und spezifische Wärme
- 7.4 Das Bohrsche Atommodell
- 7.5 Niels Bohr
- 7.6 Materiewellen und die Wellenmechanik
- 7.7 Welleneigenschaften von Elektronen
- 7.8 Erwin Schrödinger
- 7.9 Welle-Teilchen Dualismus

M. H.! Als ich vor mehreren Wochen die Ehre hatte, Ihre Aufmerksamkeit auf eine neue Formel zu lenken, welche mir geeignet schien, das Gesetz der Verteilung der strahlenden Energie auf alle Gebiete des Normalspectrums auszudrücken<sup>1)</sup>, gründete sich meine Ansicht von der Brauchbarkeit der Formel, wie ich schon damals ausführte, nicht allein auf die anscheinend gute Uebereinstimmung der wenigen Zahlen, die ich Ihnen damals mitteilen konnte, mit den bisherigen Messungsergebnissen<sup>2)</sup>, sondern hauptsächlich auf den einfachen Bau der Formel und insbesondere darauf, dass dieselbe für die Abhängigkeit der Entropie eines bestrahlten monochromatisch schwingenden Resonators von seiner Schwingungsenergie einen sehr einfachen logarithmischen Ausdruck ergibt, welcher die Möglichkeit einer allgemeinen Deutung jedenfalls eher zu versprechen schien, als jede andere bisher in Vorschlag gebrachte Formel, abgesehen von der WIEN'schen, die aber durch die Thatsachen nicht bestätigt wird.

Entropie bedingt Unordnung, und diese Unordnung glaubte ich erblicken zu müssen in der Unregelmässigkeit, mit der auch im vollkommen stationären Strahlungsfelde die Schwingungen des Resonators ihre Amplitude und ihre Phase wechseln, sofern man Zeitepochen betrachtet, die gross sind gegen die Zeit einer Schwingung, aber klein gegen die Zeit einer Messung. Die constante Energie des stationär schwingenden Resonators

<sup>1)</sup> M. PLANCK, Verhandl. der Deutschen Physikal. Gesellsch. 2. p. 202. 1900.

<sup>2)</sup> Inzwischen haben die Herren H. RUBENS und F. KURLBAUM (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom 25. October 1900, p. 929) für sehr lange Wellen eine directe Bestätigung gegeben.

# Das Postulat der Materiewellen

Ausgehend von dem Einsteinschen Welle-Teilchen Dualismus der elektromagnetischen Strahlung **postulierte** de Broglie in seiner Doktorarbeit (1924) einen solchen Dualismus auch für massebehaftete Teilchen.

Elektromagnetisches Feld  $\leftrightarrow$  Photon

$\mathbf{E}(\mathbf{x},t) = \mathbf{E}_0 \exp[ i \cdot (\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega \cdot t) ]$  elektrisches Feld

$k = 2\pi/\lambda$   $\omega = 2\pi \cdot \nu$

$E = h \nu$  und  $p = h/\lambda$  Energie und Impuls des zugehörigen Photons

De Broglie ordnet dem Impuls  $p = m \cdot v$  eines massebehafteten Körper eine Wellenlänge  $\lambda$  zu durch die (jetzt universelle) Gleichung



Louis de Broglie (1923)  
Nobelpreis 1929

$$\lambda = h/m \cdot v$$

# Schrödingers Wellengleichung (1926)

Historischer Weg:

1. Einstein wird um seine Meinung zu de Broglies Dissertation gebeten.
2. Einstein macht Schrödinger auf diese Arbeit aufmerksam.
3. Schrödinger trägt darüber in einem Seminar in Zürich vor, worauf Debye bemerkt, dann müsse es ja auch eine zugehörige Wellengleichung geben.
4. In kurzer Zeit leitet Schrödinger eine solche ab.

$$\text{Aus } \omega^2 - (c\mathbf{k})^2 = 0 \text{ folgt } (\partial^2/\partial t^2 - c^2\Delta)\mathbf{E}(\mathbf{x},t) = 0$$

$$\text{Aus } E - p^2/2m = 0 \text{ folgt } (i\hbar\partial/\partial t + \hbar^2\Delta/2m)\psi(\mathbf{x},t) = 0$$

„Quantisierung als Eigenwertproblem“:

$$(-\hbar^2\Delta/2m + V(\mathbf{x}))\psi(\mathbf{x},t) = E_n \psi(\mathbf{x},t)$$

*Zur Theorie des Gesetzes  
der Energieverteilung im Normalspectrum;  
von M. Planck.*

(Vorgetragen in der Sitzung vom 14. December 1900.)

(Vgl. oben S. 235.)

## 7. Quantenphysik

- 7.1 Das Plancksche Strahlungsgesetz
- 7.2 Max Planck
- 7.3 Einstein: Lichtquanten und spezifische Wärme
- 7.4 Das Bohrsche Atommodell
- 7.5 Niels Bohr
- 7.6 Materiewellen und die Wellenmechanik
- 7.7 Welleneigenschaften von Elektronen
- 7.8 Erwin Schrödinger
- 7.9 Welle-Teilchen Dualismus

M. H.! Als ich vor mehreren Wochen die Ehre hatte, Ihre Aufmerksamkeit auf eine neue Formel zu lenken, welche mir geeignet schien, das Gesetz der Verteilung der strahlenden Energie auf alle Gebiete des Normalspectrums auszudrücken<sup>1)</sup>, gründete sich meine Ansicht von der Brauchbarkeit der Formel, wie ich schon damals ausführte, nicht allein auf die anscheinend gute Uebereinstimmung der wenigen Zahlen, die ich Ihnen damals mitteilen konnte, mit den bisherigen Messungsergebnissen<sup>2)</sup>, sondern hauptsächlich auf den einfachen Bau der Formel und insbesondere darauf, dass dieselbe für die Abhängigkeit der Entropie eines bestrahlten monochromatisch schwingenden Resonators von seiner Schwingungsenergie einen sehr einfachen logarithmischen Ausdruck ergibt, welcher die Möglichkeit einer allgemeinen Deutung jedenfalls eher zu versprechen schien, als jede andere bisher in Vorschlag gebrachte Formel, abgesehen von der WIEN'schen, die aber durch die Thatsachen nicht bestätigt wird.

Entropie bedingt Unordnung, und diese Unordnung glaubte ich erblicken zu müssen in der Unregelmässigkeit, mit der auch im vollkommen stationären Strahlungsfelde die Schwingungen des Resonators ihre Amplitude und ihre Phase wechseln, sofern man Zeitepochen betrachtet, die gross sind gegen die Zeit einer Schwingung, aber klein gegen die Zeit einer Messung. Die constante Energie des stationär schwingenden Resonators

<sup>1)</sup> M. PLANCK, Verhandl. der Deutschen Physikal. Gesellsch. 2. p. 202. 1900.

<sup>2)</sup> Inzwischen haben die Herren H. RUBENS und F. KURLBAUM (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom 25. October 1900, p. 929) für sehr lange Wellen eine directe Bestätigung gegeben.

# Wellenlängen von Röntgen- und Elektronenstrahlen

## Röntgenstrahlen:

$$\lambda_{\min} = h c / (e U)$$

$$= 1,24 \cdot 10^{-6} \text{ m } 1/U, \quad U \text{ in V}$$

U [V]	$\lambda_{\min}$ [pm]
1000	1224
10000	122
100000	12,2

## Elektronen:

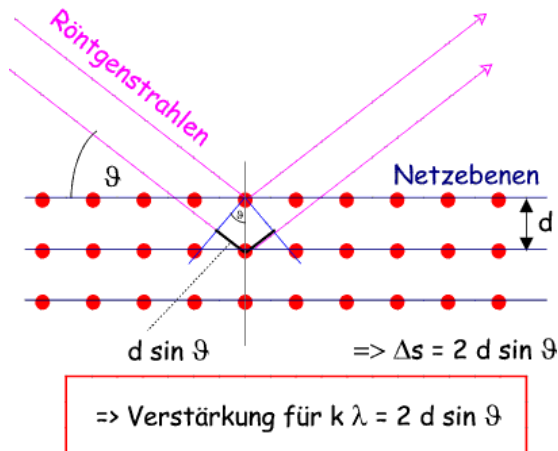
$$\lambda = h / (2 e m U)^{1/2}$$

$$= 1,22 \cdot 10^{-9} \text{ m } 1/U^{1/2}, \quad U \text{ in V}$$

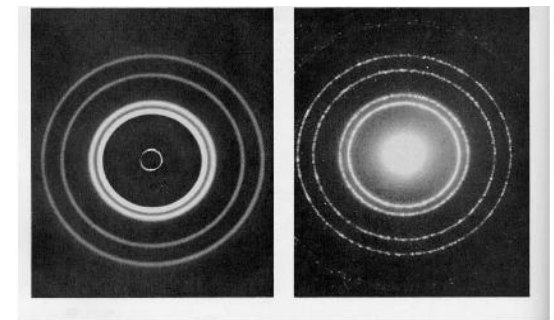
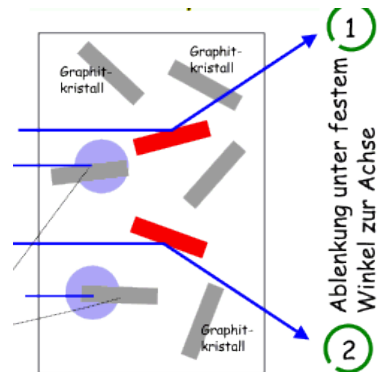
U [V]	$\lambda$ [pm]
100	122
1000	12,2
10000	1,2

Bei gleichen Wellenlängen sind gleiche Messverfahren möglich.

## Reflexion an Einkristallen nach **Bragg**



## Streuung in polykristallinen Folien nach **Debye-Scherrer**

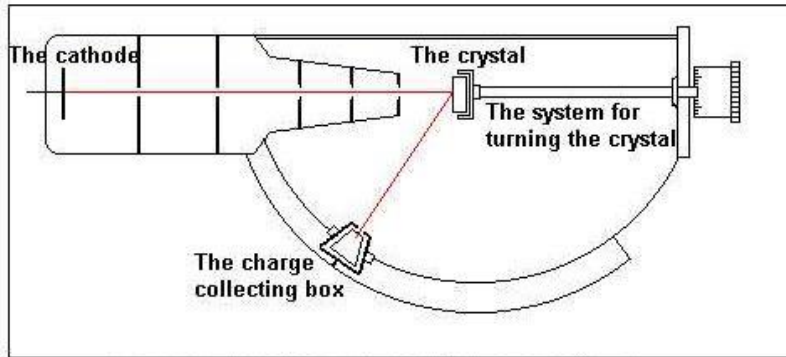


Beugung an einer Aluminiumfolie  
Links: Röntgenstrahlen, rechts: Elektronen

# Nachweis der Materiewellen durch Elektronenbeugung an Kristallen

Beide Experimente, in Reflektion (Davisson und Germer),

in Transmission (G.P. Thomson) im Jahr 1927



The diagram for the Davisson-Germer experiment.

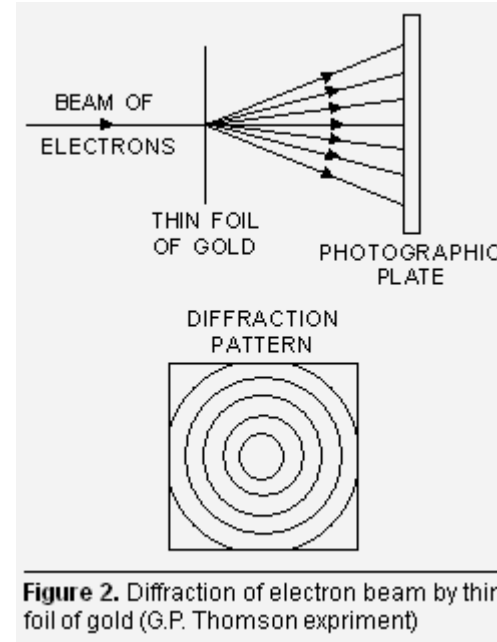
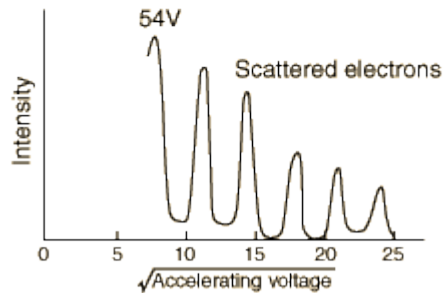
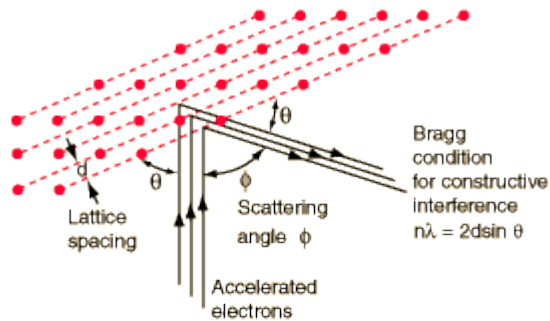


Figure 2. Diffraction of electron beam by thin foil of gold (G.P. Thomson experiment)

Nobelpreis 1937 an  
Clinton J. Davisson u.  
George P. Thomson

*Zur Theorie des Gesetzes  
der Energieverteilung im Normalspectrum;  
von M. Planck.*

(Vorgetragen in der Sitzung vom 14. December 1900.)

(Vgl. oben S. 235.)

## 7. Quantenphysik

- 7.1 Das Plancksche Strahlungsgesetz
- 7.2 Max Planck
- 7.3 Einstein: Lichtquanten und spezifische Wärme
- 7.4 Das Bohrsche Atommodell
- 7.5 Niels Bohr
- 7.6 Materiewellen und die Wellenmechanik
- 7.7 Welleneigenschaften von Elektronen
- 7.8 Erwin Schrödinger
- 7.9 Welle-Teilchen Dualismus

M. H.! Als ich vor mehreren Wochen die Ehre hatte, Ihre Aufmerksamkeit auf eine neue Formel zu lenken, welche mir geeignet schien, das Gesetz der Verteilung der strahlenden Energie auf alle Gebiete des Normalspectrums auszudrücken<sup>1)</sup>, gründete sich meine Ansicht von der Brauchbarkeit der Formel, wie ich schon damals ausführte, nicht allein auf die anscheinend gute Uebereinstimmung der wenigen Zahlen, die ich Ihnen damals mitteilen konnte, mit den bisherigen Messungsergebnissen<sup>2)</sup>, sondern hauptsächlich auf den einfachen Bau der Formel und insbesondere darauf, dass dieselbe für die Abhängigkeit der Entropie eines bestrahlten monochromatisch schwingenden Resonators von seiner Schwingungsenergie einen sehr einfachen logarithmischen Ausdruck ergibt, welcher die Möglichkeit einer allgemeinen Deutung jedenfalls eher zu versprechen schien, als jede andere bisher in Vorschlag gebrachte Formel, abgesehen von der WIEN'schen, die aber durch die Thatsachen nicht bestätigt wird.

Entropie bedingt Unordnung, und diese Unordnung glaubte ich erblicken zu müssen in der Unregelmässigkeit, mit der auch im vollkommen stationären Strahlungsfelde die Schwingungen des Resonators ihre Amplitude und ihre Phase wechseln, sofern man Zeitepochen betrachtet, die gross sind gegen die Zeit einer Schwingung, aber klein gegen die Zeit einer Messung. Die constante Energie des stationär schwingenden Resonators

<sup>1)</sup> M. PLANCK, Verhandl. der Deutschen Physikal. Gesellsch. 2. p. 202. 1900.

<sup>2)</sup> Inzwischen haben die Herren H. RUBENS und F. KURLBAUM (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom 25. October 1900, p. 929) für sehr lange Wellen eine directe Bestätigung gegeben.



## Erwin Schrödinger (1887 – 1961)



Gar manches rechnet Erwin schon  
Mit seiner Wellenfunktion.  
Doch wissen möchte‘ man gerne wohl,  
Was man sich dabei vorstell‘n soll.

Erich Hückel

- 1887 Geboren in Wien
- 1906 Studium der Mathematik und Physik in Wien
- 1920 Außerplanmäßiger Professor an der Universität Wien
- 1924 Professor an der ETH Zürich, wo er seine wissenschaftlich fruchtbarste Zeit erlebte.
- 1926 Schrödingergleichung
- 1927 Nachfolger von Max Planck in Berlin
- 1933 Freiwillige Emigration nach Oxford  
Nobelpreis für Physik, gemeinsam mit Paul Dirac
- 1936 Rückkehr nach Österreich, Lehrstuhl in Graz
- 1938 Nach Anschluss Österreichs ans Deutsche Reich Flucht nach Rom
- 1939 Professur in Dublin am Institute for Advanced Studies
- 1954 Emeritierung; anschließend Rückkehr nach Wien
- 1961 Tod in Wien

Einladung *11. I. 1933.*  
zum Würstl - Abend am Sonnabend, dem ~~4.~~ Februar

Ihr wisst, wir haben Euch versprochen  
Am 4. wieder Würstl zu kochen !  
Wir lieben die Abwechslung, drum zum Beweis  
Sind diesmal die Würstl nicht braun, sondern weiss.  
Dazu gibt's wie immer Bretzeln und Bier  
Und bleiben könnt Ihr bis gegen vier.  
Neu ist der Name der Lokalität  
Und das ist Ehrenfest's Priorität:  
Ihr seid geladen, verehrte Damen und Herrn  
In die Cunostrasse ins Hotel  $\Psi\Psi^*$ .

Berlin, 22. Januar 1933.

U.A.W.G.

*K. u. g. g. = Kostüm werden gern gesehen!*

ps. Seid bitte nicht böse über die Verschiebung, wir wissen wie unbequem das ist, aber es ging nicht, da wir soeben erfahren, dass am 4. das Semesterfest der Mapha ist. Hoffentlich könnt Ihr auch am 11. kommen !

*Anmerkung für Mama u. Lougarda  $\psi$  = ist ein griechischer Buchstabe und heißt „Psi“ und  $\Psi\Psi^*$  (Psi Psi Stern) ist ein Teil aus der berühmten Schrödingerschen Gleichung.*



## Schrödingers Einladung zu einem Würstlabend und Plancks Antwort

Berlin, Grunewald, 30. 1. 33.

Wenn Ihr Euch wirklich nicht scheut,  
einzuladen solch alte Leut,  
so wird auch das Ehepaar Planck  
bei Euch erscheinen mit vielem Dank.  
Denn wir kommen ja so gern  
in das moderne Hotel  $\Psi\Psi^*$ .

Berlin-Grunewald, 30.1.33

Wenn Ihr Euch wirklich nicht scheut,  
einzuladen solch alte Leut,  
so wird auch das Ehepaar Planck  
bei Euch erscheinen mit vielem Dank.  
Denn wir kommen ja so gern  
in das moderne Hotel  $\Psi\Psi^*$ .

*Zur Theorie des Gesetzes  
der Energieverteilung im Normalspectrum;  
von M. Planck.*

(Vorgetragen in der Sitzung vom 14. December 1900.)

(Vgl. oben S. 235.)

## 7. Quantenphysik

- 7.1 Das Plancksche Strahlungsgesetz
- 7.2 Max Planck
- 7.3 Einstein: Lichtquanten und spezifische Wärme
- 7.4 Das Bohrsche Atommodell
- 7.5 Niels Bohr
- 7.6 Materiewellen und die Wellenmechanik
- 7.7 Welleneigenschaften von Elektronen
- 7.8 Erwin Schrödinger
- 7.9 Welle-Teilchen Dualismus

M. H.! Als ich vor mehreren Wochen die Ehre hatte, Ihre Aufmerksamkeit auf eine neue Formel zu lenken, welche mir geeignet schien, das Gesetz der Verteilung der strahlenden Energie auf alle Gebiete des Normalspectrums auszudrücken<sup>1)</sup>, gründete sich meine Ansicht von der Brauchbarkeit der Formel, wie ich schon damals ausführte, nicht allein auf die anscheinend gute Uebereinstimmung der wenigen Zahlen, die ich Ihnen damals mitteilen konnte, mit den bisherigen Messungsergebnissen<sup>2)</sup>, sondern hauptsächlich auf den einfachen Bau der Formel und insbesondere darauf, dass dieselbe für die Abhängigkeit der Entropie eines bestrahlten monochromatisch schwingenden Resonators von seiner Schwingungsenergie einen sehr einfachen logarithmischen Ausdruck ergibt, welcher die Möglichkeit einer allgemeinen Deutung jedenfalls eher zu versprechen schien, als jede andere bisher in Vorschlag gebrachte Formel, abgesehen von der WIEN'schen, die aber durch die Thatsachen nicht bestätigt wird.

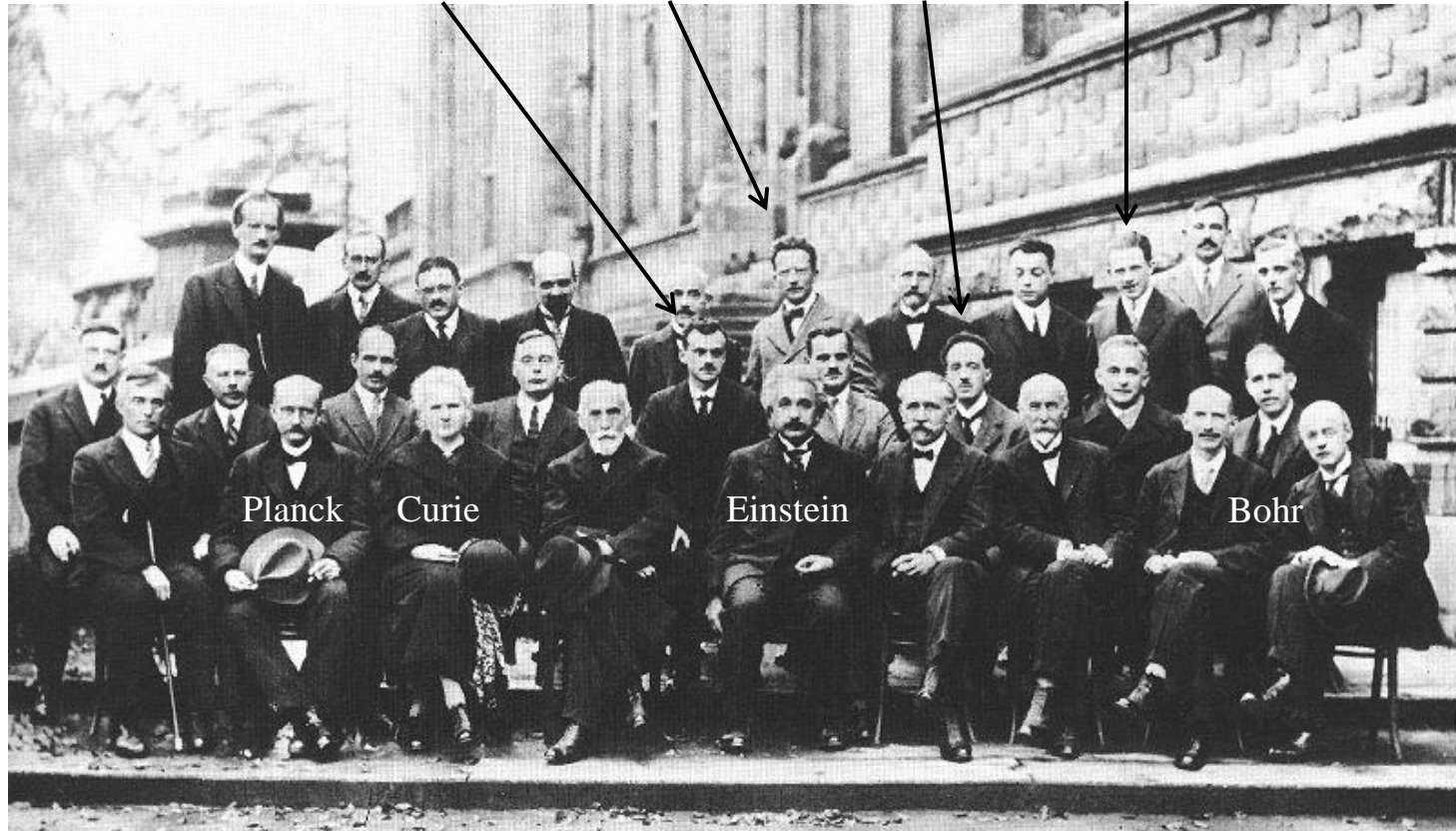
Entropie bedingt Unordnung, und diese Unordnung glaubte ich erblicken zu müssen in der Unregelmässigkeit, mit der auch im vollkommen stationären Strahlungsfelde die Schwingungen des Resonators ihre Amplitude und ihre Phase wechseln, sofern man Zeitepochen betrachtet, die gross sind gegen die Zeit einer Schwingung, aber klein gegen die Zeit einer Messung. Die constante Energie des stationär schwingenden Resonators

<sup>1)</sup> M. PLANCK, Verhandl. der Deutschen Physikal. Gesellsch. 2. p. 202. 1900.

<sup>2)</sup> Inzwischen haben die Herren H. RUBENS und F. KURLBAUM (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom 25. October 1900, p. 929) für sehr lange Wellen eine directe Bestätigung gegeben.

# Die Solvay-Konferenz von 1927

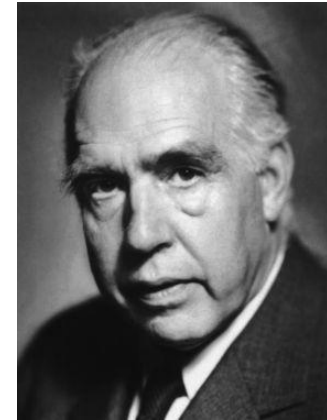
Dirac      Schrödinger      de Broglie      Heisenberg



A. PICCARD    E. HENRIOT   P. EHRENFEST   Ed. HERZEN   Th. DE DONDER   E. SCHRÖDINGER   E. VERSCHAFFELT   W. PAULI   W. HEISENBERG   R.H. FOWLER   L. BAILLOUIN  
 P. DEBYE    M. KNILDSØEN    W.L. BRAGG    H.A. KRAMERS    P.A.M. DIRAC    A.H. COMPTON    L. de BROGLIE    M. BORN    N. BOHR  
 I. LANGMUIR    M. PLANCK    Mme CURIE    H.A. LORENTZ    A. EINSTEIN    P. LANGEVIN    Ch.E. GUYE    C.T.R. WILSON    O.W. RICHARDSON

# Die Bohrsche Deutung des Welle-Teilchen Dualismus mithilfe des Konzepts der Komplementarität (1927)

Komplementarität: zu einer gegebenen Zeit ist immer nur eine Eigenschaft des Elektrons sichtbar, **entweder** sein Wellencharakter **oder** sein Teilchencharakter.



Niels Bohr  
1885 - 1962

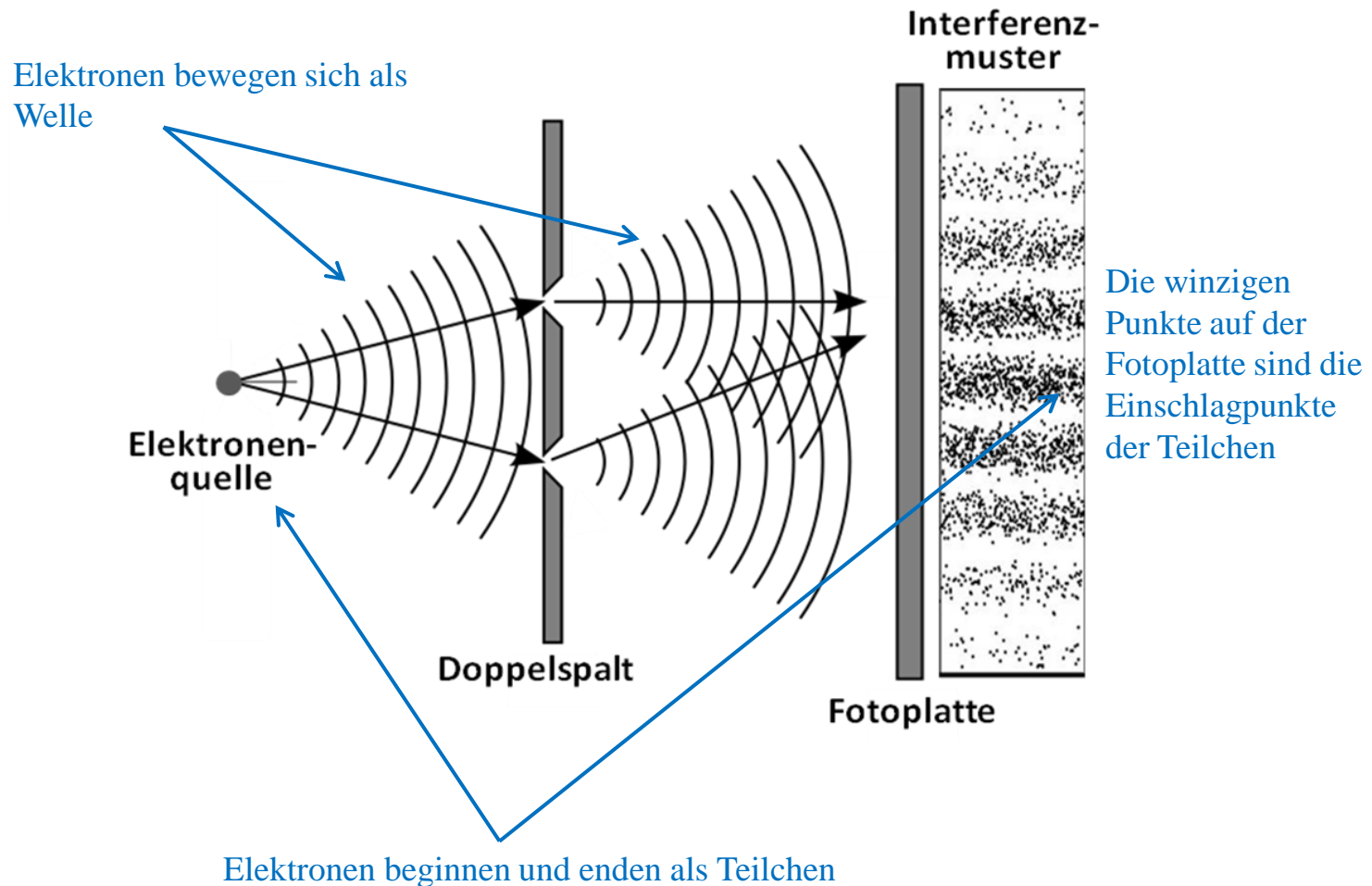
Versuch der Veranschaulichung des Begriffs Komplementarität anhand eines Vexierbildes



Dagegen das Konzept der Führungswelle von De Broglie (1927): Welle **und** Teilchen sind immer gleichzeitig vorhanden. Die Welle „führt“ das Teilchen über eine „Quantenkraft“.

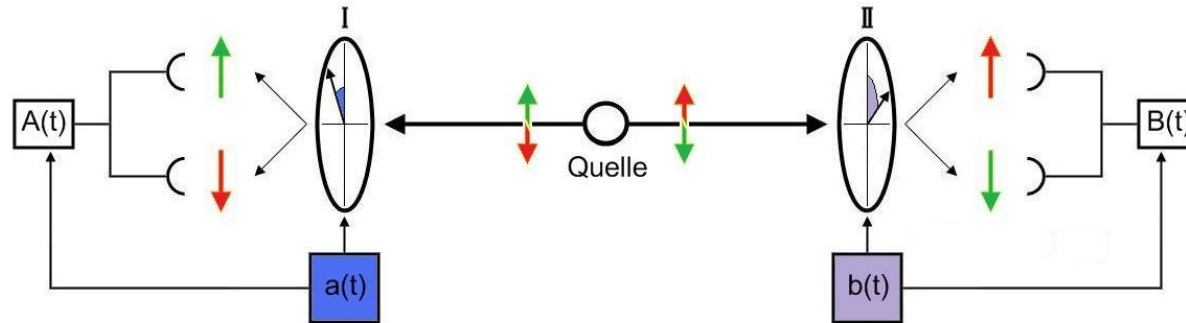


# Das Doppelspaltexperiment in der Bohrschen Deutung der Komplementarität



# Weitere Entwicklungen der Quantenmechanik

## 1. Verschränkung (Einstein, Podolsky, Rosen, 1935)



$$|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [ |\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle ]$$

## 2. Die Nichtlokalität (Bellsches Theorem, 1964)



John Stewart Bell  
(1928 – 1990)