.

5. Ballspiele

Ob der dem Bundestrainer Sepp Herberger zugeschriebene Ausspruch „Der Ball ist rund und ein Spiel dauert 90 Minuten“, besonders tiefsinnig ist, mag dahin gestellt sein, aber richtig ist er auf jeden Fall. Wir werden in dieser Vorlesung mit verschiedenen Bällen spielen und daran Physik erklären. Dabei wird natürlich die Eigenschaft, dass der Ball rund ist, eine wichtige Rolle spielen. Sie gibt uns Anlass, über den doch recht schwierigen Begriff des Drehimpulses zu reden. Allerdings werden wir nicht mit einem gewöhnlichen Fußball experimentieren, sondern u.a. mit einem sog. Superball. Dieser kleine Ball aus einer Art Hartgummi hat alle Eigenschaften der üblichen Bälle, allerdings in reinerer Form: Der Superball ist außerordentlich elastisch und rutscht nicht, wenn er schräg auf dem Boden auftrifft.

5.1 Erhaltung von Energie und Impuls bei elastischen Stößen

Erhaltungssätze sind ein zentrales Konzept in der Physik, mit dem man viele Probleme auf relativ einfache Weise lösen kann. Wir wollen zunächst die Erhaltung von Energie und Impuls ausnutzen, um zentrale elastische Stöße zu beschreiben. Hierbei spielt weder die Art der Stoßpartner noch ihre Wechselwirkung eine Rolle, so dass man auf diese Weise sowohl Stöße zwischen Güterwagen als auch zwischen Atomkernen quantitativ berechnen kann. Betrachtet man zwei Körper mit den Massen m_1 und m_2 und den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 vor dem Stoß, dann kann man die Geschwindigkeiten v_1^* und v_2^* nach dem Stoß aus den beiden Erhaltungssätzen bestimmen:

Erhaltung des Gesamtimpulses : $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1^* + m_2 \cdot v_2^*$
Erhaltung der Gesamtenergie : $\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot (v_1^*)^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot (v_2^*)^2$

Diese Gleichungen gelten auch, wenn die Geschwindigkeiten Vektoren sind, d.h. wenn sich die Körper in 3 Dimensionen bewegen. Das folgende Argument gilt jedoch nur für eine eindimensionale Bewegung, z.B. auf einer Schiene. Dann können die zwei unbekannten Geschwindigkeiten v_1^* und v_2^* nach dem Stoß mit Hilfe der zwei Erhaltungssätze aus den Anfangsgeschwindigkeiten und Massen eindeutig bestimmt werden.

Versuch: Stoßexperimente auf der Fahrbahn

Ein Wagen trifft mit der Geschwindigkeit v elastisch auf einen ruhenden Wagen. Die Geschwindigkeiten der beiden Wagen nach dem Stoß werden für verschiedene Massen des anrollenden Wagens beobachtet und mit den theoretischen Vorhersagen verglichen.
Das Experiment wird wiederholt, nur dass diesmal beide Wagen mit gleicher Geschwindigkeit aufeinander zu fahren.

5.2 Hüpfende Bälle

Wir beginnen damit, dass wir verschiedene Bälle fallen lassen. Sie werden am Boden reflektiert und steigen bis zu einer gewissen Höhe, die von der Art des Balles abhängt, wieder auf. Hierbei zeigt sich, dass der Superball nach dem Aufprall am höchsten- fast bis zu seiner Ursprungshöhe - steigt. Physikalisch gesehen spielen bei diesem Experiment Impuls und Energie die entscheidende Rolle. Der Impuls $p = m\cdot v$ ändert sich während der gesamten Bewegung dauernd. Die Gesamtenergie eines Körpers der Masse m und der Geschwindigkeit v, der sich in einer Höhe h im Schwerefeld befindet, ist durch die Gleichung

$$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot} = \tfrac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 + m\cdot g\cdot h = \tfrac{1}{2}\cdot p^2/m + m\cdot g\cdot h$$

gegeben. Im Idealfall, d.h. in Abwesenheit aller Reibungsprozesse ist diese Größe konstant. Auf diesen Idealfall, der von dem Superball fast realisiert ist, wollen wir uns hier beschränken. Kinetische und potentielle Energie wandeln sich während des Bewegungsvorgangs ständig ineinander um. Warum aber wird beim Auf- und Rückprall keine Energie an den Boden abgegeben? Während der Ball am Boden reflektiert wird, wirken Kräfte zwischen Ball und Boden, wobei Impuls ausgetauscht wird. Warum wird nicht auch Energie ausgetauscht? Bei der Reflexion am Boden ändert sich der Impuls des Balles um $\Delta p = 2\cdot m\cdot v_A$, wobei v_A die Geschwindigkeit beim Aufprall ist. Diese Impulsänderung wird von der Erde aufgenommen, womit eine Änderung der kinetischen Energie der Erde von $\Delta E = \tfrac{1}{2}\cdot\Delta p^2/M$ verbunden ist. Wegen der großen Masse der Erde ist diese Änderung verschwindend gering. Daraus folgt, dass die Energie des Balles erhalten bleibt.
Alle diese Phänomene sind uns aus dem Alltag wohl vertraut. Wenn aber zwei Bälle im Huckepack fallen, ergeben sich doch erstaunliche Resultate.

Versuch: Zwei und evtl. drei Bälle fallen im „Huckepack“ (Ballpyramide)

Ein Basketball und ein gut aufgepumpter Gummiball werden aufeinandergelegt und aus einer Höhe von etwa 1 Meter fallengelassen. Dabei bleibt der Basketball praktisch am Boden liegen, während der Gummiball weit über Kopfhöhe steigt.
Das Experiment kann auch mit dem Basketball und einem Superball durchgeführt werden.
Schließlich kann man versuchen, eine Ballpyramide aus 3 Bällen (Basketball, Gummiball und Superball) fallen zu lassen

Bei diesem Versuch springt der obere leichtere Ball deutlich über die Ausgangshöhe zurück, während der schwerere untere Ball kaum aufsteigt. Die Bälle müssen also Energie ausgetauscht haben. Auch dieses Ergebnis folgt alleine aus den Erhaltungssätzen der Energie und des Impulses. In der Huckepack-Anordnung trifft der untere Ball zuerst auf den Boden und seine Geschwindigkeit v am tiefsten Punkt seiner Bahn wird bei der Reflexion am Boden in –v umgekehrt. Der obere leichtere Ball stößt jetzt auf diesen schon aufsteigenden unteren Ball und wird dabei reflektiert, wobei er einen Teil des Impulses und der Energie des unteren Balles aufnimmt.
Ein interessanter Spezialfall ist der, wenn die Masse M des unteren Balles gerade dreimal so groß wie die Masse m des oberen Balles ist. Dann kommt nach dem Stoß der untere Ball zum Stillstand, während der obere mit doppelter Geschwindigkeit in die Höhe fliegt. Doppelte Geschwindigkeit bedeutet vierfache kinetische Energie und damit vierfache Ausgangshöhe. Wegen der Reibungsverluste wird der obere Ball nicht so hoch

springen, dennoch aber weit über den Ausgangspunkt. Das Massenverhältnis 1: 3 ist der günstigste Fall, bei dem die gesamte Energie beider Bälle auf den leichteren übertragen wird.

5.3 Der Superball als Bumerang

Ein Ball ist ein ausgedehnter Körper. Als solcher kann er sich nicht nur mit einer bestimmten Geschwindigkeit v von einem Ort zum anderen bewegen, sondern er kann auch rotieren. Man beschreibt diese Bewegungsform durch folgende Größen: Umdrehungsfrequenz f in Umdrehungen pro Sekunde, Umlaufdauer $T = 1/f$ in Sekunden oder Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi/T$ in überstrichener Winkel/Sekunde. Bei einem Ball mit dem Radius R kann man ferner die Umdrehungsgeschwindigkeit u eines Punktes auf der Balloberfläche in Meter/Sekunde benutzen: $u = 2\pi \cdot R/T = \omega \cdot R$. Auch zur Rotation gehört natürlich eine Energie, die sog. Rotationsenergie

$$E_{rot} = ½ \cdot \theta \cdot \omega^2 = ½ \cdot m \cdot C \cdot u^2$$

worin θ das sog. Trägheitsmoment ist, das von der Form und der Masse des sich drehenden Körpers abhängt. Wie bereits in der letzten Vorlesung erwähnt, erhält man die Beziehungen für die Drehbewegungen aus denen der Translationsbewegungen, indem man die Masse durch das Trägheitsmoment und die Geschwindigkeit durch die Winkelgeschwindigkeit ersetzt. Für eine Kugel ergibt sich $\theta = C \cdot m \cdot R^2$, wobei C für eine homogene Kugel den Wert 2/5 annimmt. Auch die Rotationsenergie ist eine Form der Bewegungsenergie, so dass sich für einen Ball, der mit der Geschwindigkeit v fliegt und sich gleichzeitig mit der Winkelgeschwindigkeit ω dreht, die gesamte kinetische Energie

$$E_{kin} = ½ \cdot m \cdot v^2 + ½ \cdot \theta \cdot \omega^2$$

ergibt.
Beim fallenden Ball wandelt sich kontinuierlich potentielle in kinetische Energie um. Damit sind wir vertraut. Aber können wir auch Bewegungsenergie aus der Rotation in die Translation überführen und umgekehrt?

Versuch: Superball – Umwandlung von Rotation in Translation und umgekehrt
Wir versetzen den Superball in Rotation bevor wir ihn fallen lassen. Nach dem Aufprall springt er seitlich weg. Oder wir lassen einen Superball schräg auf den Boden aufprallen und finden, dass er nach dem Aufprall in Rotation versetzt ist.

Das Phänomen ist aus dem Tennis und dem Tischtennis wohlbekannt. Man „schneidet" einen Ball, um den Gegner mit einem unerwarteten Rücksprung des Balles zu verwirren. Beim Experiment mit den Superbällen geschieht die Umwandlung des horizontalen Bewegungsanteils in eine Rotationsbewegung und umgekehrt am Boden. Der Berührpunkt ist der Drehpunkt. Wenn ein rotierender Ball auftrifft, haftet der Ball kurzzeitig am Boden und die Drehbewegung bewirkt, dass der Schwerpunkt um den Berührpunkt gedreht wird. Damit bekommt der Ball eine horizontale Geschwindigkeitskomponente d.h. eine Komponente parallel zum Boden. Der Ball steigt nun nicht mehr senkrecht nach oben, sondern unter einen bestimmten Winkel.
Am Berührungspunkt wirken elastische Kräfte und Haftkräfte, deren Größen i.a. nicht bekannt sind. Doch man kann auch ohne Kenntnis dieser Kräfte die Geschwindigkeiten

v* und u* des Balles nach dem Aufprall berechnen. Hierbei bedient man sich diesmal der Erhaltungssätze der Energie und des Drehimpulses.
Der Drehimpuls ist eine Größe, die eine Drehbewegung charakterisiert. Als Beispiel wollen wir eine Masse m betrachten, die sich - durch einen Faden der Länge R gehalten - auf einer Kreisbahn mit der Umlaufgeschwindigkeit u bewegt. Die Größe $L = m \cdot u \cdot R$ ist dann der Drehimpuls dieser Bewegung. Für eine Kugel gilt eine etwas modifizierte Formel, nämlich $L = \Theta \cdot \omega = C \cdot m \cdot u \cdot R$.

Versuch:
Drehbewegung eines Körpers auf dem Drehteller, Änderung durch ein Drehmoment

So wie zur Änderung des Impulses eine Kraft F nötig ist, bewirkt ein sog. Drehmoment eine Änderung des Drehimpulses. Das Drehmoment D ist definiert als Kraft F multipliziert mit dem Abstand R vom Drehpunkt: $D = F \cdot R \cdot \sin\varphi(F,R)$. Man versetzt eine Kugel in Drehung, wenn man eine Kraft an der Oberfläche tangential zur Oberfläche angreifen lässt. Eine senkrecht auf die Oberfläche der Kugel wirkende Kraft würde die Kugel nicht in Drehung, sondern in eine geradlinige Bewegung versetzen.

Versuch: Ein rotierender Superball fällt im freien Fall und springt seitlich weg (Wdh).

Betrachten wir nun das Aufspringen eines senkrecht auf den Boden auftreffenden, Superballs, der um seinen Schwerpunkt rotiert. Im Folgenden interessiert jedoch nicht der Drehimpuls in Bezug auf den Schwerpunkt, sondern in Bezug auf den **Auftreffpunkt**. Letzterer ändert sich beim Auftreffen nicht, da während der Berührung zwar eine Kraft wirkt, die jedoch kein Drehmoment hervorruft, denn ihr Angriffspunkt ist mit dem Drehpunkt identisch.

Wir gehen einen Schritt weiter und lassen jetzt den Superball zweimal reflektieren. Der verblüffendste Effekt tritt auf, wenn man den Superball (ohne Drall) unter einen Tisch wirft, wo er zunächst am Boden reflektiert wird und danach an der Unterseite der Tischfläche. Der Superball kommt wieder zum Werfer zurück, etwa wie ein Bumerang. Macht man diesen Versuch mit anderen Bällen, etwa einem Tennisball, dann findet man diesen Effekt nicht. Der Effekt des Rückwärtsspringens verschwindet auch, wenn man z.B. den Superball nass macht und damit die Reibung zwischen Ball und Boden herabsetzt. Der Bumerangeffekt hängt also eng mit der großen Haftfähigkeit des Superballs zusammen.

Versuche: Bumerangeffekt mit verschiedenen Bällen
1. Unter einer Tischplatte,
2. Hin- und Herspringen eines Superballs, der eine großen Drall beim Start hatte.

Der Bumerangeffekt kommt durch den Drall zustande. Der Ball wird ohne Drall schräg auf den Boden geworfen. Dort wird er reflektiert und gleichzeitig erhält er einen „Drall in Vorwärtsrichtung“ (Topspin). Wenn er mit diesem Drall die Unterseite der Tischplatte berührt, dreht der Drall den Ball nach rückwärts, wodurch der Ball in rückwärtiger Richtung reflektiert wird. Er trifft dann wieder auf den Boden und wird dort in ganz normaler Weise reflektiert, wobei er wieder Drall aufnimmt.

5.4 Kräfte bei der Reflexion eines Balles

Bisher konnten alle in dieser Vorlesung besprochenen Phänomene des Ballspiels alleine mit Hilfe von Erhaltungsätzen - der Erhaltung der Energie und des Drehimpulses - beschrieben werden. Dies gilt quantitativ jedoch nur bei der Vernachlässigung von Reibung. Was genau beim Auftreffen des Balles am Boden und seiner Reflexion passiert, spielte keine Rolle. Das ist eine Stärke dieses Zugangs. Dennoch kann man auch versuchen, den Mechanismus der Reflexion zu verstehen, um z.B. solche Fragen zu beantworten, wie und wie stark der Ball verformt wird und wie lange der Bodenkontakt besteht.

Bei den folgenden Überlegungen wollen wir nicht den Superball untersuchen, da uns seine Materialeigenschaften nicht klar sind, sondern wir wollen einen mit Luft gefüllten Ball mit der Masse M und dem Radius R betrachten. Die Luft in dem Ball habe einen Druck p. Wenn der Ball auf den Boden auftrifft, verformt er sich, indem eine Kugelkalotte eingedrückt wird (Bild?). Wenn wir deren Höhe mit x bezeichnen, dann hat die Kalotte eine Grundfläche von $A \approx 2 \cdot \pi \cdot R \cdot x$, solange $x/R << 1$. Die Luft mit dem Druck p übt auf diese Fläche eine Kraft $F = A \cdot p = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot x \cdot p$ aus. Interessant ist, dass diese Kraft linear in der Deformation x ist. Man hat es also mit einer Form der Kraft zu tun, wie man sie z.B. vom Federpendel kennt. In der Koordinate x wird der Ball eine harmonische Bewegung ausführen mit der Schwingungsdauer $T = \sqrt{(2 \cdot \pi \cdot M / R \cdot p)}$. Für einen Ball mit der Masse 1 kg, dem Radius 0,15 m und einem Druck von 5 Bar = $5 \cdot 10^5$ Pa erhält man eine Schwingungszeit von 0,009 s = 9 ms. Damit ergibt sich für die Berührdauer eine Zeit von etwa 5 ms; das ist extrem kurz!

5.5 René Descartes (1596 – 1650) - Leben und Persönlichkeit

„Er war ein Philosoph, dessen Werk "La géometrie" die Anwendung der Algebra auf die Geometrie eröffnete und uns die Analytische Geometrie schenkte.“

Geboren wurde Descartes in der Touraine, der Gegend um Tours im Südwesten Frankreichs. Er war adeliger Herkunft und Sohn eines Gerichtsrates (Conseiller) am obersten Gerichtshof der Bretagne in Rennes. Seine Mutter starb gut ein Jahr nach seiner Geburt.

Da der Vater rasch wieder heiratete, verlebte René seine Kindheit bei einer Amme und seiner Großmutter. Seine erste schulische Ausbildung erhielt er als Internatsschüler im Jesuitenkolleg [1] von La Flèche im Anjou, in das er im Alter von 8 Jahren eintrat, kurze Zeit nachdem es seine Pforten geöffnet hatte. Hier verbrachte er 8 Jahre und wurde in den klassischen Wissenschaften, im Fach Logik und in der traditionellen aristotelischen Philosophie unterrichtet. Da er während der Schulzeit häufig gesundheitliche Probleme hatte, wurde ihm erlaubt, bis 11 Uhr morgens im Bett zu bleiben; diese Angewohnheit behielt er bis kurz vor seinem Tode bei.

Nach der Schulzeit studierte Descartes Jura in Poitiers und legte dort 1616 ein juristisches Examen (licencié en droit) ab. Gleichzeitige Studien an der medizinischen Fakultät brachten ihn zu ersten Zweifeln an der damals mehr aus Dogmen als aus kritisch überprüftem Wissen bestehenden Medizin. Die Entdeckungen Galileis, von

denen er Kenntnis erhielt, ließen ihn dann an der überkommenen aristotelischen Naturwissenschaft insgesamt zweifeln.
Statt nach seinem Examen eine juristische Karriere einzuschlagen, verdingte er sich noch im gleichen Jahr 1616 bei dem berühmten Feldherrn Moritz von Nassau im holländischen Breda. Dort begegnete er dem 6 Jahre älteren Arzt und Naturforscher Isaac Beeckman, der ihn für die Physik begeisterte.
Nach Reisen durch Dänemark und Deutschland wurde Descartes 1619 erneut Soldat, nunmehr bei Herzog Maximilian von Bayern, unter dem er auf kaiserlich-katholischer Seite an den ersten Kämpfen des Dreißigjährigen Krieges und u.a. an der Eroberung Prags teilnahm.
Im November 1619, kurz nachdem er in Prag die Arbeitsstätte der Astronomen Tycho Brahe (1546-1601) und Johannes Kepler (1571-1630) besichtigt hatte, ergriff ihn – wie er selbst im "Discours de la méthode" schreibt - eine Art Vision: Ihm kam die Idee, dass es "eine universale Methode zur Erforschung der Wahrheit" geben müsse und dass er berufen sei, sie zu finden.
Im Jahre 1620 hängte Descartes den Soldatenrock an den Nagel und ging mehrere Jahre lang auf ausgedehnte Reisen durch Deutschland, Holland, die Schweiz und Italien, wobei er Einblicke jeglicher Art zu gewinnen und mit den unterschiedlichsten Gelehrten ins Gespräch zu kommen suchte. Bei seinem Italienbesuch im Jahre 1623 hat er jedoch anscheinend keinen Versuch gemacht, mit Galilei zusammenzutreffen.

Nachdem er sein Erbe angetreten und so angelegt hatte, dass es ihm ein auskömmliches Leben erlaubte, ließ er sich 1625 in Paris nieder. Hier verkehrte er mit Intellektuellen und in der guten Gesellschaft, las viel, schrieb und gewann zunehmendes Ansehen als scharfsinniger Kopf.
Vier Jahre später zog es Descartes nach Holland, wo ihm das anregende geistige Klima gefiel, das in diesem multireligiösen und wirtschaftlich blühenden Land mit großer Schul- und Hochschuldichte herrschte. Hier verbrachte er relativ zurückgezogen die nächsten zwei Jahrzehnte, wobei er seltsam unstet Wohnungen und Wohnorte wechselte. Seine Kontakte zur Außenwelt beschränkten sich im wesentlichen auf eine rege Korrespondenz mit Intellektuellen unterschiedlicher Ausrichtung und Herkunft. Er stand in intensivem Briefkontakt mit Gelehrten aus ganz Europa, insbesondere mit seinem Pariser Freund und früherem Lehrer Mersenne, der als einziger seine jeweilige Adresse kannte.
Es wird berichtet, dass ihm in dieser Zeit von einer seiner Dienstmägde eine Tochter geboren wurde. Als das Mädchen bereits im Alter von 5 Jahren starb, soll Descartes tief erschüttert gewesen sein.

In Holland arbeitete Descartes an einem großangelegten naturwissenschaftlichen Werk, das in französischer Sprache verfasst werden sollte und nicht mehr, wie seine bisherigen Texte in Latein. Diesen "Traité du Monde" ("Abhandlung über die Welt"), wie er heißen sollte, ließ er jedoch unvollendet, als er vom Schicksal Galileis erfuhr, der 1633 von der Inquisition zum Widerruf seiner Vorstellungen gezwungen worden war.
1637 publizierte er im holländischen Leiden anonym seinen "Discours de la méthode", sein langfristig wirksamstes Buch, das nach der Meinung vieler Franzosen den französischen Nationalcharakter im Sinne des auf Logik und Ordnung bedachten "esprit cartésien" geformt hat.

Seine späteren Veröffentlichungen "Meditationen über die erste Philosophie" (1641) und die "Philosophischen Prinzipien" (1644) veranlassten Utrechter und Leidener Theologen zu einer derart aggressiven Polemik, dass Descartes 1645 an einen Umzug nach England dachte und in den Folgejahren Holland mehrmals fluchtartig zu Reisen nach Frankreich verließ.
Im Herbst 1649 folgte er dann einer Einladung der Königin Christine von Schweden [2], einer langjährigen Briefpartnerin, und zog nach Stockholm. Doch auch hier fand er die erhoffte Ruhe nicht, da er bereits morgens um fünf Uhr am königlichen Frühstückstisch erwartet wurde und daher seine Angewohnheit des späten Aufstehens aufgeben musste. Bereits im ersten Winter erkältete er sich auf dem morgendlichen Weg zum Schloss schwer und erkrankte an einer Lungenentzündung, der er Anfang 1650 im Alter von nur 53 Jahren erlag.