# Theoretische Physik 4 (Quantentheorie)

Sommersemester 2014

# Übungsblatt 3

## Aufgabe 3.1: $2p$-Zustand des Wasserstoffatoms

Geben Sie die Eigenfunktionen für den $2p$-Zustand des Wasserstoffatoms explizit in der Form $\Phi(r,\theta,\phi)$ an. Stellen Sie fest, wo $r^2|\Phi(r,\theta,\phi)|^2$ maximal ist und interpretieren Sie das Resultat. *6 Punkte.*

## Aufgabe 3.2: Gauß'sches Wellenpaket

Für $d = 1$ sind die Mittelwerte $\langle g(x)\rangle$ und $\langle h(p)\rangle$ von ortsabhängigen Funktionen $g(x)$ und impulsabhängigen Funktionen $h(p)$ im Zustand $\psi(x,t)$ definiert durch

$$\langle g(x)\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)\,|\psi(x,t)|^2\,\mathrm{d}x, \tag{1}$$

$$\langle h(p)\rangle = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} h(\hbar k)\,|\hat{\psi}(k,t)|^2\,\mathrm{d}k. \tag{2}$$

Die Fourier-Transformation ist dabei durch

$$\hat{\psi}(k,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x,t)\,e^{-\mathrm{i}kx}\,\mathrm{d}x \tag{3}$$

gegeben. Berechnen Sie für das eindimensionale Gauß'sche Wellenpaket das Produkt $\Delta x \cdot \Delta p$ als Funktion der Zeit, wobei

$$\Delta x = \sqrt{\langle (x-\langle x\rangle)^2\rangle}\,, \tag{4}$$

$$\Delta p = \sqrt{\langle (p-\langle p\rangle)^2\rangle}\,. \tag{5}$$

Sie können dabei von folgenden Formeln für den Betrag der Wellenfunktion und ihrer Fourier-Transformierten ausgehen:

$$|\psi(x,t)| = \left(\frac{\alpha(t)}{\pi}\right)^{1/4} \mathrm{e}^{-\frac{\alpha(t)}{2}\left(x-\frac{\hbar k_0}{m}t\right)^2}, \tag{6}$$

$$|\hat{\psi}(k,t)| = \left(\frac{4\pi}{\alpha}\right)^{1/4} \mathrm{e}^{-\frac{1}{2\alpha}(k-k_0)^2}, \tag{7}$$

wobei

$$\alpha(t) = \frac{\alpha}{1+\left(\frac{\hbar\alpha}{m}t\right)^2}\,. \tag{8}$$

*7 Punkte.*

## Aufgabe 3.3: Zeitliche Entwicklung eines Wellenpakets

Berechnen Sie $\hat{\psi}(k,t)$ und $\hat{\psi}(x,t)$ für das Wellenpaket

$$\psi_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}}{k^2 + a^2} \, \mathrm{d}k, \tag{9}$$

wobei $a > 0$ angenommen wird. *7 Punkte.*

**Abgabe am 13.05.2014, vor Beginn der Vorlesung. Viel Erfolg!**