

Universität Heidelberg

MATHEMATISCHER VORKURS
ZUM STUDIUM DER PHYSIK
ÜBUNGEN

Aufgaben zu Kapitel 1

(aus: K. Hefft Mathematischer Vorkurs zum Studium der Physik, sowie Ergänzungen)

AUFGABE 1.1: SI-Einheiten:

- a) Welche Maßeinheit hat der Impuls in SI-Einheiten ausgedrückt?
- b) Aus welchem Gesetz kann man die Kräfteinheit herleiten ?
- c) Wer hat dieses Gesetz zuerst formuliert ?
- d) Welche Dimension hat die Arbeit ?
- e) Welche Einheit hat die elektrische Feldstärke ?
- f) Astronomen benutzen oft die Einheit 1 Parsec (1 pc). 1 pc ist die Entfernung, aus dem der Erdbahnradius ($= 1,496 \cdot 10^{11} \text{m}$) unter dem Winkel einer Bogensekunde ($1'' = 1/3600^\circ$) erscheint. Wieviel Meter entsprechen 1 pc ?

AUFGABE 1.2: Umrechnung von Maßeinheiten

- a) Berechnen Sie $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ und 180° in Radian und 1 rd bzw. 2 rd in Grad.
- b) Wie viele Sekunden hat ein Sternjahr (siderisches Jahr) mit 365 Tagen, 6 Stunden, 9 Minuten und 9,54 Sekunden ?
- c) Wieviel kostet es bei einem "Strompreis" von 0,19 EURO/kWh, wenn Sie eine Nacht lang sechs Stunden eine 60-Watt Glühbirne brennen und Ihren PC laufen haben, der ca. 200 Watt "verbraucht" ?
- d) Zwei amerikanische Kinder messen ihre Trainingsstrecke mit einem Stab aus, der 5 Fuß und 2 Inches lang ist. Der Stab paßt 254 mal hinein. Wie heiß der Lauf bei uns ? Wieviele Runden müssen die beiden laufen, bis sie eine Mile zurückgelegt haben ? (1 Meile = 1,609 km (USA), 1 Fuß = 1 ft = 30,48 cm, 1 Inch = 1 in = 1/12 ft = 2,54 cm)
- e) Bill Gates sagte: If General Motors had kept up with technology like the computer industry, we would all be driving twenty-five dollar cars that got 1000 miles per gallon. Meinte er das "3 Liter-Auto " ? (1 mile = 1,609 km (USA), 1 gallon \approx 3,785 l (USA)).

AUFGABE 1.3: Dezimalvorsilben

- a) Drücken Sie die Länge eines Sternjahres (siderisches Jahr) ($365 \text{ d} + 6 \text{ h} + 9 \text{ min} + 9,54 \text{ s}$) in Megasekunden aus.
- b) Die ideale Dauer eines wissenschaftlichen Vortrags beträgt ein Mikrojahrhundert. Wie viele Minuten sind das?
- c) Wie lange braucht ein Photon, um mit der Lichtgeschwindigkeit von $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ 21 m weit durch den Hörsaal zu fliegen ?
- d) Bei der Planck-Energie von $E_p = 1,22 \cdot 10^{16} \text{ TeV}$ werden für die Elementarteilchen Gravitationseffekte erwartet. Drücken Sie die dieser Energie entsprechende Planck-Masse M_p in Gramm aus ($1 \text{ eV} = 1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ J}$)

Aufgaben zu Kapitel 2

AUFGABE 2.1:

- a) Zeigen Sie mit dem vorgeführten Gaußschen Rezept, dass

$$\sum_{n=1}^m n = \frac{m(m+1)}{2}$$

auch für ungerade m gilt.

- b) Beweisen Sie

$$\sum_{n=1}^m n^2 = \frac{m(m+1)(2m+1)}{6}$$

Hinweis: Betrachten Sie $\sum_{n=1}^m (n+1)^3$ und extrahieren Sie die Summe aus der Behauptung daraus, um das Gewünschte zu zeigen.

Ergänzung: Zeigen Sie a) und b) mit dem Prinzip der vollständigen Induktion.

AUFGABE 2.2:

- a) Bestimmen Sie die Länge der Raumdiagonalen in einem Würfel der Kantenlänge a .

- b) Berechnen Sie $\frac{a^4 - b^4}{a - b}$

- c) Berechnen Sie $\binom{n}{0}$ und $\binom{n}{n}$.

- d) Berechnen Sie $\binom{7}{4}$ und $\binom{8}{3}$.

- e) Zeigen Sie

$$\binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$$

- f) Beweisen Sie das Bildungsgesetz des Pascalschen Dreiecks:

$$\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}$$