

Universität Heidelberg

MATHEMATISCHER VORKURS  
ZUM STUDIUM DER PHYSIK  
ÜBUNGEN

**Aufgaben zu Kapitel 8**

(aus: K. Hefft, Mathematischer Vorkurs zum Studium der Physik, sowie Ergänzungen)

AUFGABE 8.1: Imaginäre Einheit

Berechnen Sie:  $i^{15}$ ,  $i^{45}$ ,  $(-i)^{-20}$

AUFGABE 8.2: Argument einer komplexen Zahl:

Bestimmen Sie das Argument der komplexen Zahl  $b = 1 - i$ .

AUFGABE 8.3: Komplexkonjugation:

$$c = 3 + 3\sqrt{3}i$$

$Re(c)$ ,  $Im(c)$ ,  $|c|$ ,  $arg(c)$ ,  $c^*$ ,  $c + c^*$ ,  $c - c^*$ .

AUFGABE 8.4: Multiplikation und Division einer komplexen Zahl

Berechnen Sie für die komplexe Zahl

$$c = 3 + 3\sqrt{3}i$$

$cc^*$ ,  $c^2$ ,  $\frac{c}{c^*}$ ,  $\frac{1}{c}$ ,  $\frac{1}{c^*}$ ,  $\frac{1}{c} + \frac{1}{c^*}$ ,  $\frac{1}{c} - \frac{1}{c^*}$  und  $c^3$

Berechnen Sie für eine komplexe Zahl

$$z = r e^{i\phi}$$

$zz^*$ ,  $z^2$ ,  $\frac{z}{z^*}$ ,  $\left|\frac{z}{z^*}\right|$ ,  $\frac{1}{z} + \frac{1}{z^*}$ ,  $\frac{1}{z} - \frac{1}{z^*}$

AUFGABE 8.5: einfache Abbildungen

Wählen Sie eine komplexe Zahl  $z$  und berechnen und skizzieren Sie für diese:

a)  $iz$

b)  $\frac{1}{z}$

c)  $\frac{1}{z^*}$

AUFGABE 8.8: Beweisen Sie das Additionstheorem

$$\cos(z - w) = \cos(z)\cos(w) + \sin(z)\sin(w)$$

mit Hilfe der Exponentialfunktionen. Zeigen Sie weiterhin

$$\cos^2(z) + \sin^2(z) = 1$$

.

AUFGABE 8.9: Zusammenhang mit den hyperbolischen Funktionen  
Zeigen Sie, dass:

a)  $\cos(iz) = \cosh(z)$

b)  $\sin(iz) = i \sinh(z)$

c)  $4\sin^3(\alpha) = 3\sin(\alpha) - \sin(3\alpha)$

AUFGABE 8.13: Wurzeln

Berechnen und skizzieren Sie folgende Wurzeln:

a)  $w = \sqrt[3]{i}$

b)  $w = \sqrt[4]{-1}$

c)  $w = \sqrt[8]{1}$

d)  $w = \sqrt[2]{8i}$

AUFGABE 8.14: Logarithmus:

Berechnen Sie  $\ln(i)$