

1. PRÄSENZÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG THEORETISCHE PHYSIK II (ELEKTRODYNAMIK)

Lösen der Aufgaben: in den Übungen der 2. Semesterwoche (25.4.07)

Aufgabe P1:

Der ϵ -Tensor hat die Eigenschaft (Summenkonvention!)

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{lmk} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl}.$$

Das Vektorprodukt ist definiert durch

$$(\vec{a} \times \vec{b})_k = \epsilon_{klm}a_l b_m.$$

Zeigen Sie

- i) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{a}$
- ii) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = (\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a}$
- iii) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})(\vec{b} \cdot \vec{d}) - (\vec{a} \cdot \vec{d})(\vec{b} \cdot \vec{c})$
- iv) $\nabla \cdot (\vec{V} \times \vec{W}) = \vec{W} \cdot (\nabla \times \vec{V}) - \vec{V} \cdot (\nabla \times \vec{W})$
- v) $\nabla \times (\vec{V} \times \vec{W}) = (\vec{W} \cdot \nabla)\vec{V} + \vec{V}(\nabla \cdot \vec{W}) - (\vec{V} \cdot \nabla)\vec{W} - \vec{W}(\nabla \cdot \vec{V})$
- vi) $\nabla \times \nabla\psi = 0$
- vii) $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{V}) = 0$
- viii) $\nabla \times (\nabla \times \vec{V}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{V}) - \Delta\vec{V}.$

Aufgabe P2:

Ein Paar von Fouriertransformierten ist gegeben durch

$$\tilde{f}(k) = \int dx f(x)e^{-ikx}, \quad f(x) = \frac{1}{2\pi} \int dk \tilde{f}(k)e^{ikx}$$

- i) Beweisen Sie die folgenden Relationen zwischen einer Funktion und ihrer Fouriertransformierten:

$$f(x + x_0) \longleftrightarrow \tilde{f}(k)e^{ikx_0}$$

$$\int dx' f(x - x')g(x') \longleftrightarrow \tilde{f}(k)\tilde{g}(k)$$

- ii) Wie lautet die Beziehung aus Aufgabe 1 viii), wenn Sie $\vec{V}(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi} \int dk \tilde{V}(\vec{k})e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}}$ einsetzen?