11. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Physik II (Elektrodynamik)

Abgabe der Lösungen: in den Übungen am 18.7.07

Aufgabe 1: Schatten schneller als Licht (1+2 Punkte)

Bei Neumond strahlen Sie mit einer sehr starken Lichtquelle von der Erde aus den Mond an (Abstand 400000 km). Sie stellen sich vor die Lichtquelle und winken, so dass ihre Hand die Geschwindigkeit $1\frac{m}{s}$ von links nach rechts hat und sich genau $1m$ vor der Lichtquelle befindet. In einer (zugegebenermaßen etwas unrealistischen) Idealisierung gehen wir davon aus, dass Lichtquelle und Hand näherungsweise punktförmig sind. Der Schatten Ihrer Hand läuft über den erdnächsten Punkt auf der Mondoberfläche, d.h. dort wo die Lichtstrahlen senkrecht auf die Mondoberfläche einfallen.

a) Mit welcher Geschwindigkeit huscht der Schatten über diesen Punkt hinweg?

b) Was beobachtet ein Astronaut, der an diesem Punkt steht und sich die Bewegung des Schattens auf dem Boden des Mondes ansieht?

Aufgabe 2: Galilei-Transformation (3 Punkte)

Zwei Ereignisse $\mathcal{E}_1$ und $\mathcal{E}_2$ haben die Koordinaten (t_1, x_1, y_1, z_1) und (t_2, x_2, y_2, z_2). Zeigen Sie, dass ihr zeitlicher Abstand $\Delta t \equiv t_2 - t_1$ invariant unter Galilei-Transformationen ist. Damit kann die Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse Galilei-invariant formuliert werden: wir sagen, dass $\mathcal{E}_1$ und $\mathcal{E}_2$ gleichzeitig stattfinden, wenn ihr zeitlicher Abstand Null ist. Zeigen Sie, dass der räumliche Abstand der Ereignisse $\mathcal{E}_1$ und $\mathcal{E}_2$

$$\Delta l \equiv \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

genau dann invariant unter Galilei-Transformationen ist, wenn sie gleichzeitig stattfinden. Unterscheiden Sie dazu die Fälle $t_1 = t_2$ und $t_1 \neq t_2$, und geben Sie im letzteren Fall eine Galilei-Transformation an, die den räumlichen Abstand auf Null transformiert.

Aufgabe 3: Lorentz-Transformation (3 Punkte)

Ein Stab (Ruhelänge L') schließt in seinem Ruhesystem Σ' mit der x'-Achse einen Winkel θ' ein. Das System Σ' bewegt sich relativ zum Beobachtersystem Σ mit der Geschwindigkeit v in x-Richtung. Welche Stablänge L und welchen Winkel θ zur x-Achse mißt der Beobachter in Σ?

Aufgabe 4: Zwillingsparadoxon (3 Punkte)

Drei Ereignisse $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ und $\mathcal{E}_3$ haben bezüglich eines Inertialsystems Σ die Koordinaten $(ct_1, \vec{x}_1) = (0,0,0,0)$, $(ct_2, \vec{x}_2) = (l,l,0,0)$ und $(ct_3, \vec{x}_3) = (2l,0,0,0)$, wobei l eine fest vorgebene Länge ist. Tragen Sie die Ereignisse in ein Raumzeitdiagramm ein, und berechnen Sie ihre Abstände s_{ij} $(i,j \in \{1,2,3\})$

$$s_{ij}^2 \equiv c^2(t_i - t_j)^2 - (\vec{x}_i - \vec{x}_j)^2.$$

Vergleichen Sie den Abstand s_{13} mit $s_{12} + s_{23}$. Wieviel Eigenzeit zwischen den Ereignissen $\mathcal{E}_1$ und $\mathcal{E}_3$ vergeht für zwei Beobachter, von denen der eine am Ort von $\mathcal{E}_1$ bleibt und auf $\mathcal{E}_3$ wartet, während der andere zuerst von $\mathcal{E}_1$ nach $\mathcal{E}_2$ eilt, um anschließend sofort nach $\mathcal{E}_3$ weiterzureisen.

Aufgabe 5: Zeitdilatation (1+2 Punkte)

Myonen haben in ihrem Ruhsystem eine mittlere Lebensdauer $\tau_\mu \approx 2 \cdot 10^{-6} s$. In einer Höhe von etwa $h \approx 30 km$ werden Myonen durch Wechselwirkung kosmischer Strahlung mit der Atmosphäre produziert. Sie bewegen sich mit einer Geschwindigkeit $v \approx c$ auf die Erdoberfläche zu.

a) Berechnen Sie, welche Strecke die Myonen zurücklegen, während im Ruhsystem der Erde die Zeitspanne $\Delta t = \tau_\mu$ verstreicht.

b) Wegen der Zeitdilatation ist die mittlere Lebensdauer der Myonen im Ruhsystem der Erde größer als in ihrem eigenen Ruhsystem. Berechnen Sie, wie groß die relative Abweichung $\epsilon \equiv (c - v)/c$ der Geschwindigkeit der Myonen von der Lichtgeschwindigkeit höchstens sein darf, damit die Myonen innerhalb ihrer mittleren Lebensdauer die Erdoberfläche erreichen können.

Aufgabe 6: Längenkontraktion (1+1+2+1 Punkte)

Ein schneller Zug (Baulänge $l' = \sqrt{2}\, a$) durchfährt einen bei x_0 beginnenden Tunnel der Länge a von links nach rechts. Schafe beobachten, dass er zu einem bestimmten Zeitpunkt mit seiner Länge genau den Tunnel ausfüllt.

a) Wie schnell fährt der Zug?

b) Zum genannten Zeitpunkt $(t_1 = t_2 = T)$ wird die linke Tunneleinfahrt mit einem Gitter verschlossen und die rechte Ausfahrt geöffnet. Die Zugreisenden, die das wissen, sind sehr besorgt. Welches Verhältnis von Zug- zu Tunnellänge stellen sie erschreckt fest?

c) Wann und wo erleben die Fahrgäste die beiden gefährlichen Ereignisse?

d) Das rechte Gitter wird um $\Delta t' = t_2' - t_1'$ später/früher (?) geöffnet als das linke geschlossen. Bestimmen Sie $\Delta t'$. Warum kann der Zug den Tunnel unbeschadet passieren?