

## 9. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG THEORETISCHE PHYSIK II (ELEKTRODYNAMIK)

Abgabe der Lösungen: in den Übungen am 27.6.07

### Aufgabe 1: Welle aus Potential

(1+1+2 Punkte)

Ein Potential sei in Lorentzzeichnung gegeben durch

$$\phi(\vec{x}, t) = 0, \quad \vec{A}(\vec{x}, t) = f(z - ct)\vec{e}_z,$$

mit einer beliebigen reellen Funktion  $f$  und einem beliebigen Einheitsvektor  $\vec{e}$ .

- a) Zeigen Sie, dass das Vektorpotential die Wellengleichung löst.
- b) Was liefert die Lorentz-Eichbedingung?
- c) Berechnen Sie  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$ .

### Aufgabe 2: Energie- und Impulssatz für ebene Wellen (1+3+2+1 Punkte)

Eine ebene Welle im Vakuum sei gegeben durch

$$\vec{E}_1(\vec{x}, t) = A \sin(\vec{k}_1 \cdot \vec{x} - \omega t) \vec{e}_x, \quad \vec{k}_1 = k\vec{e}_z$$

mit konstanter Amplitude  $A$ .

- a) Geben Sie das zugehörige  $\vec{B}$ -Feld an.
- b) Berechnen Sie die Energiedichte  $u$ , den Poyntingvektor  $\vec{S}$ , die Impulsdichte  $\vec{j}_S$  und den Maxwell'schen Spannungstensor  $T_{ik}$ .
- c) Überprüfen Sie die Gültigkeit von Energie- und Impulssatz,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{S}, \quad \frac{\partial j_{S,k}}{\partial t} = \partial_i T_{ik}.$$

- d) Berechnen Sie den zeitlichen Mittelwert von Energie- und Impulsdichte.

**Aufgabe 3: stehende Welle**

(3+2 Punkte)

Der Welle aus Aufgabe 2 werde eine zweite Welle mit

$$\vec{E}_2(\vec{x}, t) = A \sin(\vec{k}_2 \cdot \vec{x} - \omega t) \vec{e}_x, \quad \vec{k}_2 = -k\vec{e}_z$$

überlagert.

- Zeigen Sie, dass die Überlagerung zu einer stehenden Welle führt, und dass die Wellenbäuche von  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$  relativ zueinander verschoben sind.
- Zeigen Sie, dass Energie- und Impulsdichte gleich der Summe der Energie- und Impulsdichten der beiden überlagerten Wellen ist.

**Aufgabe 4: Eichtransformationen**

(2+1+1 Punkte)

- Zeigen Sie, dass das Potential

$$\phi = \phi(t), \quad \vec{A} = (A_1(x), A_2(y), A_3(z))$$

zu verschwindendem  $\vec{E}$ - und  $\vec{B}$ -Feld führt. Geben Sie eine Eichtransformation an, die  $\phi$  und  $\vec{A}$  annihiliert.

- Ein Potential  $\phi(\vec{x}, t)$ ,  $\vec{A}(\vec{x}, t)$  sei in Coulomb-Eichung angegeben. Welche Eichtransformationen können Sie noch ausführen, so dass sich  $\phi$  und  $\vec{A}$  auch danach in Coulomb-Eichung befinden.
- Ein Potential  $\phi(\vec{x}, t)$ ,  $\vec{A}(\vec{x}, t)$  sei in Lorentz-Eichung angegeben. Welche Eichtransformationen können Sie noch ausführen, so dass sich  $\phi$  und  $\vec{A}$  auch danach in Lorentz-Eichung befinden.